

CENTRE REGIONAL DES MÉTIERS
DE L'ÉDUCATION ET DE LA FORMATION
MARRAKECH-SAFI

CPA-CRMEF

Préparation concours AGP :

Révision

ONDES-INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUES
AGRÉGATION DE PHYSIQUE
OPTION PHYSIQUE
AGP-2

Par :
ABDELFETTAH HABIB

Dernière mise à jour : 2019

Table des matières

1 Ondes Electromagnétiques	5
1.1 Équation de propagation du champ é.m	5
1.1.1 Les équations de MAXWELL dans le vide	5
1.1.2 Équation de propagation	5
1.2 Onde plane (O.P)	6
1.2.1 Définitions	6
1.2.2 La solution de l'équation de propagation	6
1.2.3 Structure de l'O.P.P	7
1.2.4 Onde Plane Progressive monochromatique (O.P.P.M)	8
1.2.5 Aspect énergétique	10
1.3 États de polarisation d'une OPPM	11
1.3.1 Définition	11
1.3.2 Polarisation d'une OEMPPM	11
1.3.3 Différents états de polarisation	12
1.3.4 Production d'une onde polarisée rectilignement (TP)	13
1.3.5 Analyse d'une onde polarisée rectilignement	14
1.3.6 Lame à retard ou lame cristalline	14
2 Induction électromagnétique	19
2.1 Phénomène d'induction	19
2.2 Expressions de la f.é.m induite	19
2.2.1 Champ électromoteur	19
2.2.2 La f.é.m induite dans une portion AC de circuit	19
2.2.3 Loi d'OHM généralisée	20
2.2.4 Loi d'OHM intégrale	20
2.2.5 Circuit électrique équivalent du portion AC du circuit	20
2.2.6 La f.é.m e induite dans un circuit fermé	20
2.2.7 Puissance des forces de Laplace	21
2.2.8 Le courant induit	21
2.3 Loi de LENZ	21
2.4 Auto-induction	21
2.4.1 Inductance propre L	21
2.4.2 f.é.m propre	22
2.4.3 la f.é.m total	22
2.4.4 Énergie magnétique d'un circuit	22
2.5 Induction mutuelle	22
2.5.1 f.é.m dans les deux circuits	22
2.5.2 L'énergie magnétique du système des deux circuits	23

Chapitre 1

Ondes Electromagnétiques

But : Étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans une région sans charges ni courant comme le vide.

1.1 Équation de propagation du champ é.m

1.1.1 Les équations de MAXWELL dans le vide

Dans un référentiel galiléen, les équations de Maxwell dans une région vide de charge et de courants s'écrivent :

$\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(M, t) = 0$	Maxwell-Gauss (M-G)
$\vec{\nabla} \wedge \vec{E}(M, t) = -\frac{\partial \vec{B}(M, t)}{\partial t}$	MAXWELL-FARADAY (M-F)
$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(M, t) = 0$	Maxwell-Flux (M- Φ)
$\vec{\nabla} \wedge \vec{B}(M, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}(M, t)}{\partial t}$	MAXWELL-AMPÈRE (M-A)

1.1.2 Équation de propagation

D'après l'équation M-F :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{E}) = \underbrace{\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E})}_{=0} - \Delta \vec{E} = -\vec{\nabla} \wedge \left(\frac{\partial \vec{B}(M, t)}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} \underbrace{(\vec{\nabla} \wedge \vec{B}(M, t))}_{=\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}(M, t)}{\partial t}}$$

d'où l'équation de propagation du champ \vec{E} :

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

de même pour \vec{B} :

$$\Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}$$

Ces équations sont dites : équations de **D'ALEMBERT**.

Remarque : l'équation de D'Alembert s'écrit aussi :

$$\square \vec{E} = \vec{0} \quad \text{où} \quad \square \equiv \Delta - \frac{\partial}{\partial t^2} \text{ est le D'Alembertien}$$

1.2 Onde plane (O.P)

1.2.1 Définitions

✓ **Une onde** : C'est un phénomène physique décrit par une fonction $s(M, t)$ qui dépend des coordonnées **d'espace** et du **temps**.

Exemple : le champ ém $\vec{E}(M, t)$ et $\vec{B}(M, t)$

✓ **Onde plane** : Une onde $s(M, t)$ est dite **plane**, s'il *existe* un système de coordonnées **cartésiennes** où s ne dépende que d'une **seule** coordonnée **cartésienne** x et du temps t : $s = s(x, t)$ (OP).

1.2.2 La solution de l'équation de propagation

1.2.2.1 Solution générale

Considérons l'onde plane de la forme suivante : $E(x, t) = f(t - \frac{x}{c})$. En injectant cette fonction dans l'équation de D'ALEMBERT, il vient :

$$\Delta E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

On pose $u = t - \frac{x}{c}$:

$$\Rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial f}{\partial u} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} \quad \text{de même :} \quad \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial u} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial u} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial u^2}$$

donc :

$$\Delta E - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial u^2} = 0$$

Conclusion :

L'onde plane de la forme $f(t - \frac{x}{c})$ est une solution de l'équation de propagation.

On montre de même que : L'onde plane de la forme $g(t + \frac{x}{c})$ est une solution de l'équation de propagation.

Puisque l'équation de D'ALEMBERT est linéaire, sa solution générale est la superposition de ces deux solutions :

$$s(x, t) = f(t - \frac{x}{c}) + g(t + \frac{x}{c})$$

Remarque : le terme $t \pm \frac{x}{c}$ est le terme responsable de la propagation de l'onde.

1.2.2.2 Sens physique de $f(t - \frac{x}{c})$

Considérons l'onde plane $E(x, t) = f(t - \frac{x}{c})$.

Si cette onde se déplace (propagation) d'une distance Δx pendant $\Delta t > 0$ alors on a :

$$E(x + \Delta x, t + \Delta t) = f(t + \Delta t - \frac{x + \Delta x}{c}) = f(t - \frac{x}{c} + \Delta t - \frac{\Delta x}{c})$$

La forme de l'onde en $x + \Delta x$ serait identique celle en x si $\Delta x = c\Delta t$. Ceci n'est possible que si : $\Delta x > 0$.

Conclusion : cette onde se propage dans le sens des x croissants. c'est une **onde plane progressive (OPP)**.

1.2.2.3 Sens physique de $g(t + \frac{x}{c})$

Considérons l'onde plane $E(x, t) = g(t + \frac{x}{c})$.

Si cette onde se déplace (propagation) d'une distance Δx pendant $\Delta t > 0$ alors on a :

$$E(x + \Delta x, t + \Delta t) = g(t + \Delta t + \frac{x + \Delta x}{c}) = g(t + \frac{x}{c} + \Delta t + \frac{\Delta x}{c})$$

La forme de l'onde en $x + \Delta x$ serait identique celle en x si $\Delta x = -c\Delta t$. Ceci n'est possible que si : $\Delta x < 0$.

Conclusion : cette onde se propage dans le sens des x décroissants. c'est aussi une **onde plane progressive (OPP)**.

1.2.3 Structure de l'O.P.P

1.2.3.1 TEM

Considérons l'onde plane $\vec{E}(x, t)$ qui se propage dans la direction x de vecteur unitaire \vec{u}_x . d'après M-G on a :

$$0 = \text{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\partial E_x}{\partial x} \Rightarrow E_x = \text{cte}$$

puisque'une constante ne peut pas représenter une onde on la choisit nulle. d'où : $E_x = 0$.

De même pour le champ $\vec{B}(x, t)$, on a $\text{div} \vec{B} = 0$ donc : $B_x = 0$.

Conclusion : L'OPP est une onde **transversale** ($\vec{E} \perp \vec{u}_x$ et $\vec{B} \perp \vec{u}_x$). On dit que c'est une onde Transverse Electrique et Magnétique (**TEM**).

1.2.3.2 Relation de structure de l'OPP

Considérons l'onde plane $E(x, t) = f(t - x/c)$ qui se propage dans le sens des x croissants ($E_x = 0$). En posant $u = t - x/c$ ($\frac{\partial}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{d}{du}$ et $\frac{\partial}{\partial t} = \frac{d}{du}$), l'équation de M-F donne :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E}(M, t) = -\frac{1}{c} \frac{d}{du} (-E_z \vec{u}_y + E_y \vec{u}_z) = -\frac{\partial \vec{B}(M, t)}{\partial t} = -\frac{d \vec{B}(M, t)}{du}$$

donc

$$\vec{B} = \frac{1}{c} (-E_z \vec{u}_y + E_y \vec{u}_z) = \frac{\vec{u}_x \wedge \vec{E}}{c}$$

d'où la relation de structure de l'OPP qui se propage dans le sens de \vec{u} :

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c}}$$

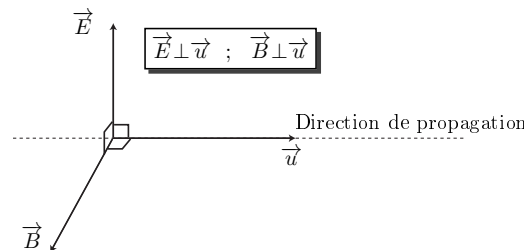


FIGURE 1.1 – Structure d'une O.P.P

1.2.4 Onde Plane Progressive monochromatique (O.P.P.M)

1.2.4.1 Définition

Une onde plane progressive monochromatique (OPPM) est une OPP sinusoïdale qui s'écrit sous la forme : $f = \cos(\omega t - kx)$

d'où l'expression du champ électrique d'une OPPM qui se propage dans le sens de \vec{u}_x :

$$\boxed{\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx)}$$

avec :

- ω : la **pulsation** de l'onde
- k : le **nombre d'onde** de l'onde
- $\vec{k} = k \vec{u}_x$ est le **vecteur d'onde**. il indique la direction de le sens de propagation de l'onde.

✓ L'OPPM est doublement périodique, elle possède :

- une période temporelle : $T = \frac{2\pi}{\omega}$

— une période spatiale : $\lambda = \frac{2\pi\omega}{c}$.

✓ L'OPPM est illimitée dans l'espace et dans le temps, donc elle non réalisable. Mais, d'après la DSF, l'onde sinusoidale (OPPM) constitue un outil fondamental pour l'étude des phénomènes physiques.

1.2.4.2 En notation complexe

En notation complexe, l'OPPM s'écrit :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[i(\omega t - kx)]$$

Le champ réel est : $\vec{E} = \Re[\vec{E}]$

1.2.4.3 Relation de dispersion

En injectant l'expression de de l'OPPM dans l'équation de propagation, on obtient :

$$k = \frac{\omega}{c}$$

c'est la **relation de dispersion** dans le vide.

Remarque : On a $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx) = \vec{E}_0 \cos(\omega(t - \frac{k}{\omega}x)) = \vec{E}_0 \cos(\omega(t - \frac{x}{c}))$. C'est bien un OPPM dans qui se propage dans le sens des x croissants.

1.2.4.4 Vitesse de phase-Vitesse de groupe

✓ **La vitesse de phase** v_φ de l'OPPM est la vitesse de propagation des surfaces de phase définies par $\varphi = \omega t - kx = cte$.

$$v_\varphi = \left. \frac{dx}{dt} \right|_{\varphi=cte} = \frac{\omega}{k}$$

dans le vide : $v_\varphi = c$ (d'après la relation de dispersion).

Remarque : si v_φ dépende de ω on dit que le milieu est dispersif.

✓ **La vitesse de groupe** v_g est définie par :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

dans le vide : $v_g = c$ (d'après la relation de dispersion).

✓ La vitesse de groupe est la vitesse de propagation du paquet d'onde (un ensemble d'OPPM de pulsations comprises entre ω et $\omega + d\omega$).

1.2.4.5 Structure de l'OPPM

En notation complexe, l'opérateur nabla $\vec{\nabla}$ est :

$$\vec{\nabla} \equiv -i \vec{k}$$

donc, M-G donne :

$$\text{div} \vec{E} = \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -i \vec{k} \cdot \vec{E} = 0$$

donc : le champ \vec{E} de l'OPPM est transversal (TE) : $\vec{E} \perp \vec{k} \equiv$ Direction de propagation.

De même :

$$\text{div} \vec{B} = \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = -i \vec{k} \cdot \vec{B} = 0$$

donc : le champ \vec{B} de l'OPPM est transversal (TM) : $\vec{B} \perp \vec{k} \equiv$ Direction de propagation.

D'autre part on a :

$$\text{rot} \vec{E} = -i \vec{k} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = i\omega \vec{B}$$

d'où la relation de structure de l'OPPM :

$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$$

d'où la structure de l'OPPM :

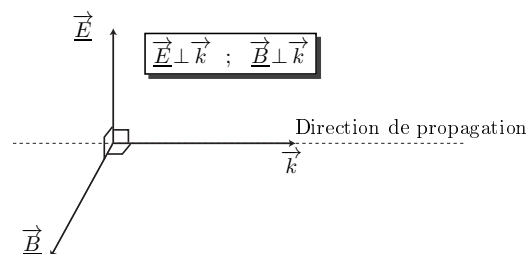


FIGURE 1.2 – Structure d'une O.P.P.M

1.2.5 Aspect énergétique

Pour faire des calculs énergétique il faut utiliser les notation sréelles et no pas complexes.

✓ Le vecteur de POYNTING **instantané** est :

$$\vec{\Pi} = \frac{\Re[\vec{E}] \wedge \Re[\vec{B}]}{\mu_0}$$

ce vecteur indique le sens et la direction instantanés de propagation de l'énergie é.m.

Remarque 1 : Attention :

$$\vec{\Pi} \neq \frac{\Re(\vec{E} \wedge \vec{B})}{\mu_0}$$

Remarque 2 : Le vecteur de POYNTING **complexe** est définie par :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}^*}{\mu_0}$$

c'est seulement un outil mathématique qui facilite le calcul de la valeur moyenne.

✓ Le vecteur de POYNTING **moyen** est :

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2} \Re [\vec{\Pi}] = \frac{1}{2\mu_0} \Re (\vec{E} \wedge \vec{B}^*)$$

✓ La densité volumique d'énergie électromagnétique est :

$$u_{em} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 (\Re [\vec{E}])^2 + \frac{1}{2\mu_0} (\Re [\vec{B}])^2$$

✓ La densité volumique **moyenne** d'énergie électromagnétique est :

$$\begin{aligned} \langle u_{em} \rangle &= \frac{1}{4} \varepsilon_0 \Re (\vec{E} \cdot \vec{E}^*) + \frac{1}{4\mu_0} \Re (\vec{B} \cdot \vec{B}^*) \\ &= \frac{1}{4} \varepsilon_0 \|\vec{E}\|^2 + \frac{1}{4\mu_0} \|\vec{B}\|^2 \end{aligned}$$

✓ La puissance volumique moyenne cédée à la matière :

$$\langle \mathcal{P}_v(M, t) \rangle = \langle \vec{j} \cdot \vec{E} \rangle = \frac{1}{2} \Re [\vec{j}(M, t) \cdot \vec{E}^*(M, t)]$$

1.3 États de polarisation d'une OPPM

1.3.1 Définition

Une onde électromagnétique plane progressive monochromatique (OPPM) est dite polarisée, si l'extrémité A du vecteur $\vec{MA} = \vec{E}(M, t)$ décrit une courbe invariante dans le temps.

1.3.2 Polarisation d'une OEMPPM

1.3.2.1 Cas général

Considérons une OPPM se propageant dans le vide ($\rho = 0$, $\vec{j} = \vec{0}$), dans le sens des z croissants. Son champ électrique est transverse et s'écrit

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})] \quad (\vec{E}_0 \perp \vec{u}_z)$$

En notation réelle :

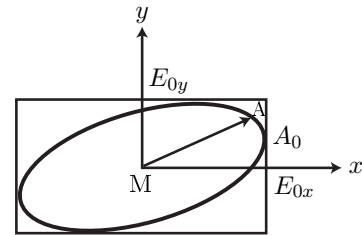
$$\vec{E} \begin{cases} E_x = E_{0x} \cos(\omega t - kz + \varphi_x) & , & E_{0x} > 0 \\ E_y = E_{0y} \cos(\omega t - kz + \varphi_y) & , & E_{0y} > 0 \\ E_z = 0 \end{cases}$$

Posons $p = \omega t - kz + \varphi_x$, d'où :

$$\begin{cases} E_x = E_{0x} \cos(p) \\ E_y = E_{0y} \cos(p - \varphi) \end{cases} \quad \text{avec } \varphi = \varphi_x - \varphi_y$$

En éliminant le temps t entre les deux composantes on trouve l'équation de la trajectoire de l'extrémité A :

$$\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} - \frac{2E_x E_y}{E_{0x} E_{0y}} \cos \varphi = \sin^2 \varphi$$



C'est l'équation d'une ellipse.

Conclusion : Dans le cas général, l'OPPM est polarisée elliptiquement.

1.3.2.2 Sens de parcours de l'ellipse

Pour un observateur qui voit l'onde arriver vers lui, le sens de déplacement du point A peut être déterminé à l'instant où $p = 0$ (point A_0 sur le schéma) :

$$\begin{cases} E_x = E_{0x} \\ E_y = E_{0y} \cos(\varphi) \end{cases} \quad \text{avec } \varphi = \varphi_x - \varphi_y$$

En dérivant E_y :

$$\left. \frac{dE_y}{dt} \right|_{A_0} = \omega E_{0y} \sin(\varphi)$$

le sens de rotation dépend du signe de $\sin(\varphi)$:

— si $\sin(\varphi) > 0 \Rightarrow E_y \uparrow$ (en A_0) \Rightarrow A tourne dans le sens trigonométrique \curvearrowright :
 \rightarrow La polarisation est dite **elliptique gauche** \curvearrowleft

— si $\sin(\varphi) < 0 \Rightarrow E_y \downarrow$ (en A_0) \Rightarrow A tourne dans l'autre sens (anti-trigonométrique) \curvearrowleft :
 \rightarrow La polarisation est dite **elliptique droite** \curvearrowright

1.3.3 Différents états de polarisation

Le différent états de polarisation selon la valeur de φ :

1.3.3.1 Polarisation elliptique

C'est la cas général. Les différents état elliptique sont rassemblés dans le tableau suivant :

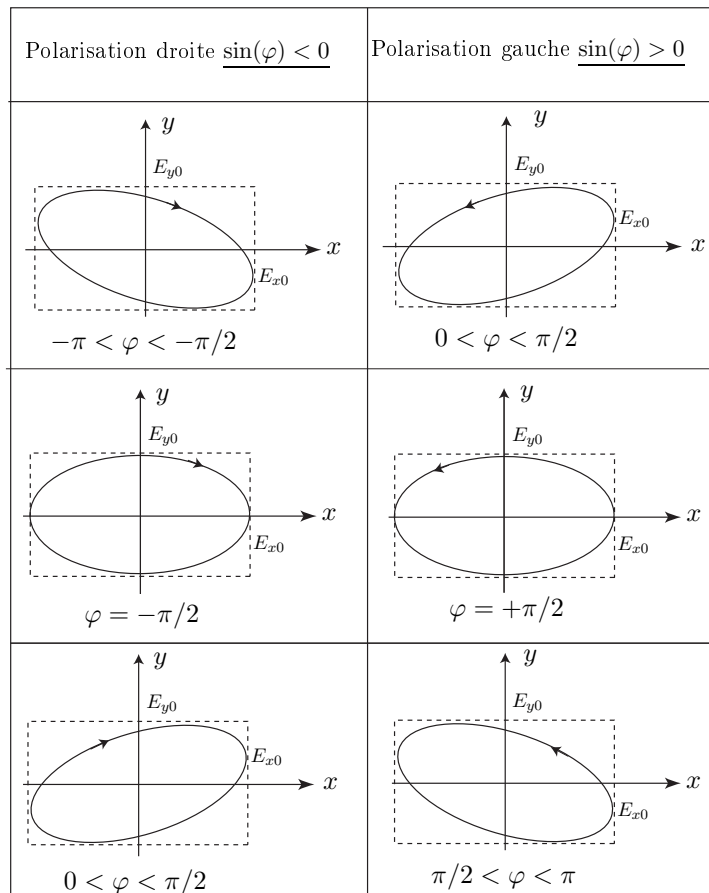


FIGURE 1.3 – Différents états de polarisation elliptique.

1.3.3.2 Polarisation rectiligne

C'est la cas où $\varphi = 0, \pm\pi$:

1.3.3.3 Polarisation circulaire

C'est la cas où $E_{x0} = E_{y0}$ et $\varphi = \pm\pi/2$:

1.3.4 Production d'une onde polarisée rectilignement (TP)

Considérons par exemple les ondes lumineuse. La lumière naturelle est non polarisée (le champ électrique prend toutes les directions). Pour avoir une onde polarisée **rectilignement** on utilise un **polariseur**.

1.3.4.1 Polariseur

C'est un système qui laisse passer l'onde seulement dans une direction privilégiée appelé axe du polariseur. Le champ après le polariseur est polarisée rectilignement dans la direction de l'axe du polariseur.

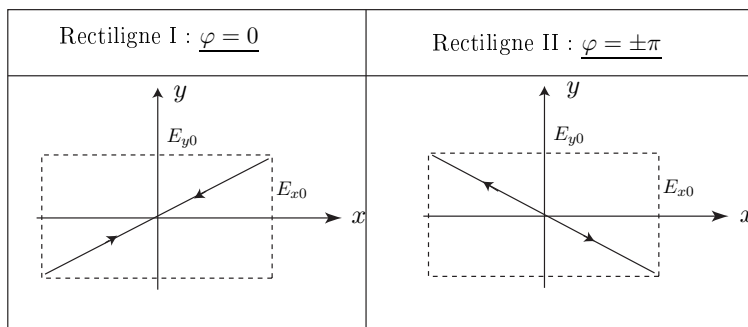


FIGURE 1.4 – Polarisation rectiligne.

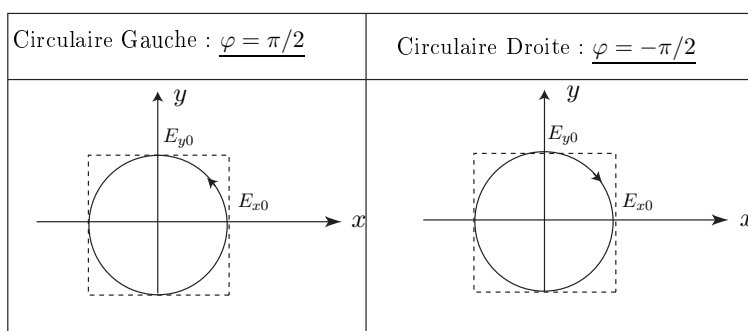


FIGURE 1.5 – Polarisation circulaire.

1.3.5 Analyse d'une onde polarisée rectilignement

Un analyseur est un système identique au polariseur qui permet de déterminer si la polarisation d'une onde est rectiligne ou non.

Seule la composante \vec{E}_θ du champ électrique \vec{E} selon la direction de l'axe de l'analyseur passe. Son module est donné par :

$$E_\theta(\theta) = E \cos(\theta)$$

L'**intensité** de l'onde est donnée par :

$$I = | \langle \vec{\Pi} \rangle | = I_0 \cos^2(\theta) \quad (\text{car : } | \langle \vec{\Pi} \rangle | = \frac{|E_0|^2}{2\mu_0 c} \propto |E_0|^2)$$

c'est la loi de MALUS.

Lorsqu'on fait tourner l'analyseur, l'intensité de l'onde après l'analyseur diminue. Pour $\theta = \pi/2$ il y a extinction de l'onde.

Conclusion : L'onde polarisée rectilignement ne passe pas à travers un analyseur dont l'axe est perpendiculaire au champ électrique.

1.3.6 lame à retard ou lame cristalline

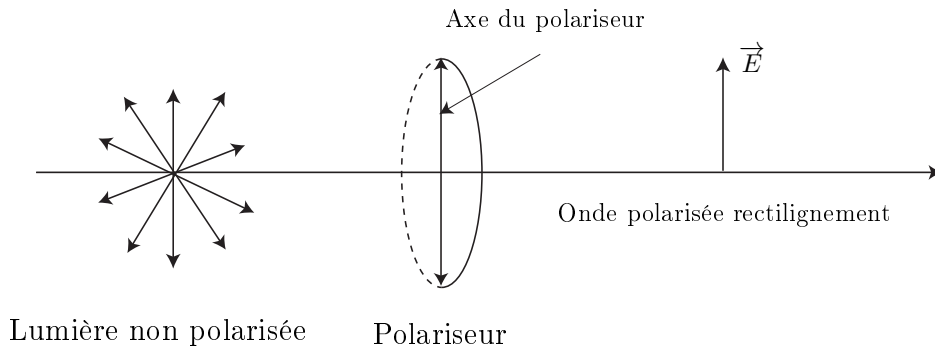


FIGURE 1.6 – Production d’une onde polarisée rectilignement à partir d’une onde non-polarisée.

1.3.6.1 Définition

C’est une lame transparente anisotrope présentant deux directions privilégiées Ox et Oy . Une onde y passe à travers à deux vitesses différentes :

- ✓ La composante E_x du champ électrique se propage avec une vitesse v_x .
- ✓ La composante E_y du champ électrique se propage avec une vitesse v_y .

Si $v_x < v_y$ alors Ox est appelé **axe lent** et Oy **axe rapide**.

1.3.6.2 Action d’une lame sur une onde polarisée

La lame à retard introduit un déphasage φ_0 entre les deux composante E_x et E_y du champ électrique :

$$\varphi_0 = \frac{2\pi c}{\lambda} e \left(\frac{1}{v_y} - \frac{1}{v_x} \right)$$

e est l’épaisseur de la lame.

Le déphasage entre les deux composante est alors : $\varphi' = \varphi - \varphi_0$.

$$\begin{cases} E_x = E_{0x} \cos(p) \\ E_y = E_{0y} \cos(p - \varphi') \end{cases} \quad \text{avec } \varphi = \varphi_x - \varphi_y$$

Suivant les valeurs de φ_0 , on peut distinguer différents types de lame à retard :

⇒ lame quart d’onde ($\frac{\lambda}{4}$) :

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2} \implies \varphi' = \varphi - \frac{\pi}{2}$$

⇒ lame demi d’onde ($\frac{\lambda}{2}$) :

$$\varphi_0 = \pi \implies \varphi' = \varphi - \pi$$

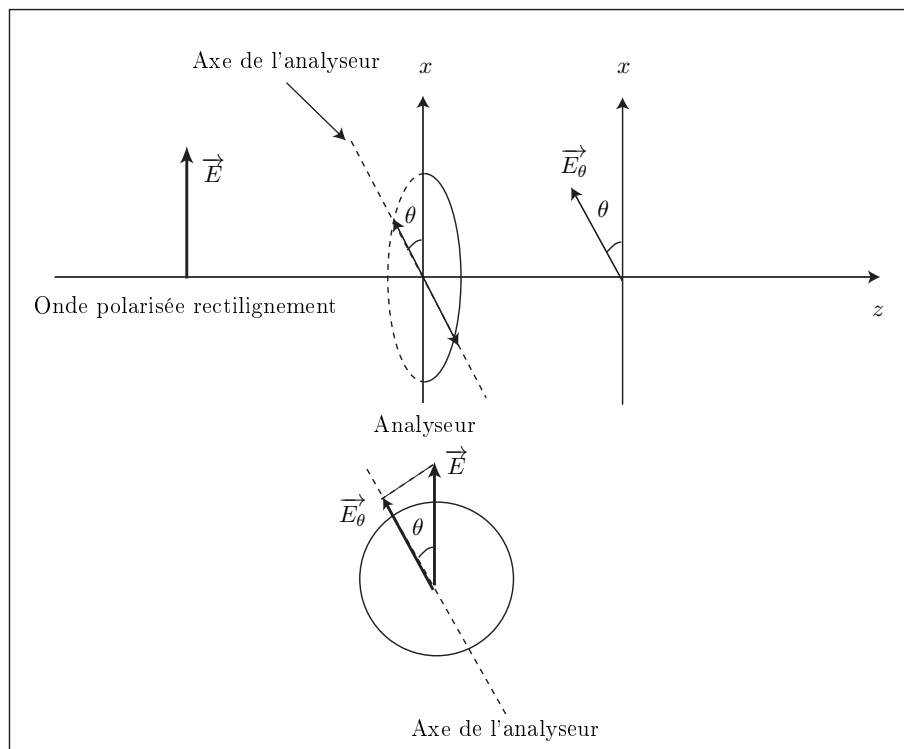


FIGURE 1.7 – Action d'un analyseur sur une onde polarisée rectilignement.

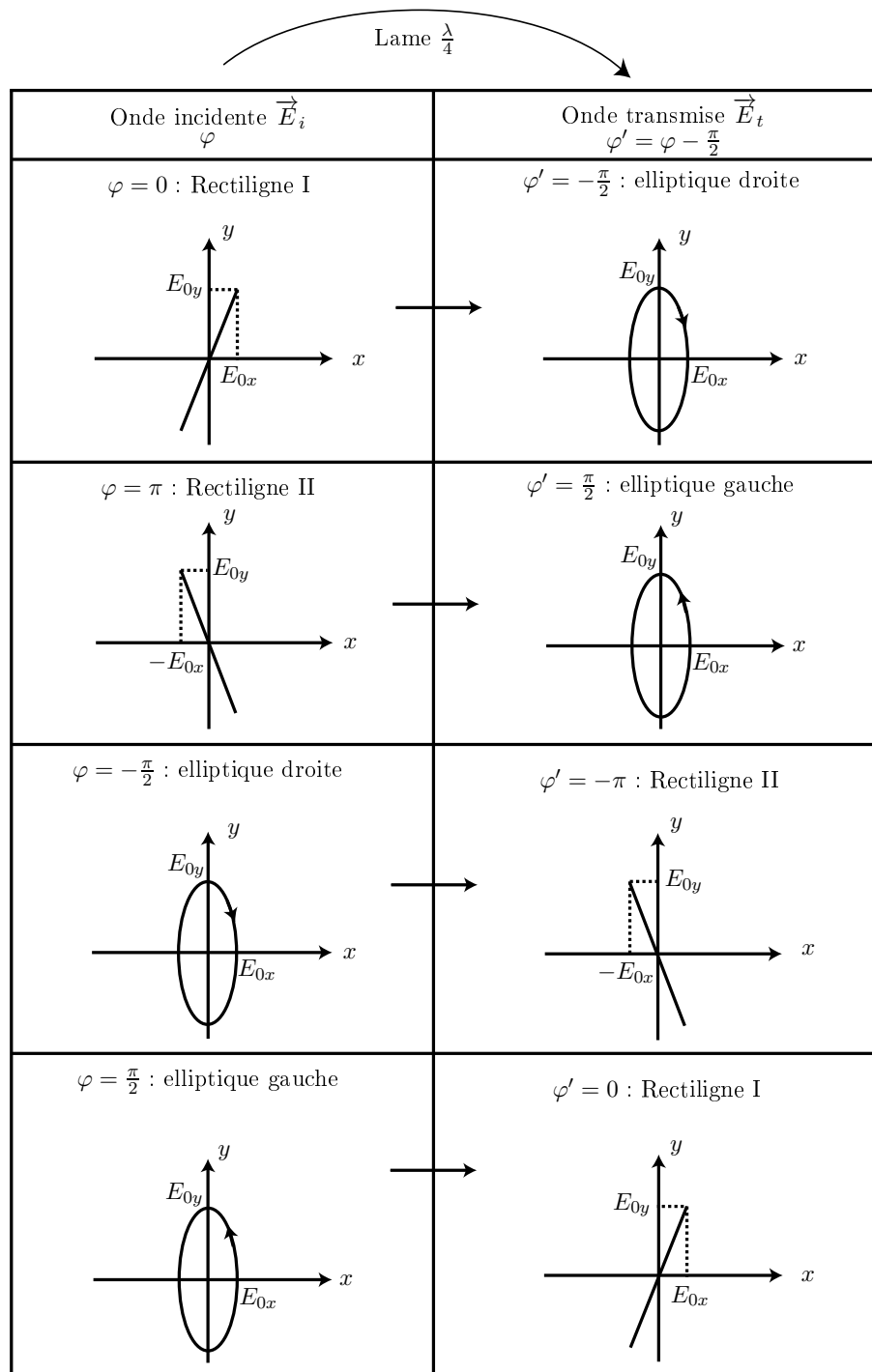


FIGURE 1.8 – Action d’une lame quart-d’onde sur une onde incidente polarisée.

Chapitre 2

Induction électromagnétique

2.1 Phénomène d'induction

Le phénomène d'**induction** est l'apparition d'une **f.é.m (induite)** e et/ou d'un **courant (induit)** i dans un circuit mobile dans un champ magnétique permanent (induction de LORENTZ) ou dans un circuit fixe dans un champ magnétique variable (induction de NEUMAN).

Remarque : le courant induit donne i donne naissance à une force de LAPLACE (induite) : $d\vec{F}_L = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$.

2.2 Expressions de la f.é.m induite

2.2.1 Champ électromoteur

Lorsque un circuit \mathcal{C} le siège du phénomène d'induction, il y apparait un champ \vec{E}_m appelé **champ électromoteur** qui est donné par :

$$\vec{E}_m(M, t) = -\frac{\partial \vec{A}(M, t)}{\partial t} + \vec{v}_e(M) \wedge \vec{B}(M, t)$$

où :

- $\vec{A}(M, t)$ est le potentiel vecteur au point M du circuit.
- $\vec{v}_e(M)$ la vitesse de déplacement point M du circuit 'dans le champ magnétique' \vec{B} .

2.2.2 La f.é.m induite dans une portion AC de circuit

Dans une portion AC d'un circuit filiforme siège du phénomène d'induction il apparait la f.é.m suivante :

$$e_{AC}(t) = \int_A^C \vec{E}_m(M, t) \cdot d\vec{M} \quad (\text{Volt})$$

2.2.3 Loi d'OHM généralisée

En un point M d'un circuit **mobile** dans un champ (\vec{E}, \vec{B}) , la loi d'OHM locale s'écrit :

$$\vec{j}(M, t) = \sigma \left[\vec{E}(M, t) + \vec{v}_e(M) \wedge \vec{B}(M, t) \right]$$

où : $\vec{v}_e(M)$ la vitesse de déplacement point M du circuit 'dans le champ magnétique' \vec{B} .

Cette expression constitue la loi d'OHM locale généralisée.

Remarque : Dans le référentiel lié au circuit (ou le circuit est fixe $\vec{v}_e = \vec{0}$) on retrouve la loi d'OHM habituelle : $\vec{j}(M, t) = \sigma \vec{E}(M, t)$.

2.2.4 Loi d'OHM intégrale

En intégrant la loi d'OHM locale généralisée entre deux points A et C d'un circuit filiforme (siège d'induction) on obtient :

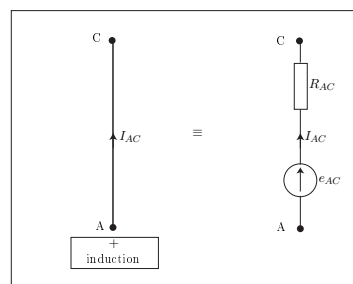
$$V_A - V_C = R_{AC} I_{AC} - e_{AC}$$

où

- $V_A - V_C$ est la ddp entre A et C.
- R_{AC} la résistance électrique de la portion AC du circuit.
- e_{AC} est la f.é.m induite dans la portion AC.

2.2.5 Circuit électrique équivalent du portion AC du circuit

$$V_A - V_C = R_{AC} I_{AC} - e_{AC}$$



Remarque : e_{AC} est représentée dans le même sens que le courant I_{AC} .

2.2.6 La f.é.m e induite dans un circuit fermé

Pour un circuit \mathcal{C} fermé et orienté (A=C) la f.é.m devient :

$$e(t) = \oint_{\mathcal{C}} \vec{E}_m(M, t) \cdot d\vec{M}$$

On montre que $e(t)$ s'écrit aussi :

$$e(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$$

où Φ est le flux du champ magnétique \vec{B} à travers une surface qui s'appuie sur le circuit orienté \mathcal{C} .

Cette équation est appelée loi de FARADAY.

2.2.7 Puissance des forces de Laplace

Dans le cas de l'induction des LORENTZ (\vec{B} permanent), la puissance des forces de LAPLACE est :

$$\mathcal{P}_{\text{Laplace}} = i \frac{\delta\Phi_c}{dt} = i \frac{d\Phi}{dt} = -ei$$

i : le courant dans le circuit.

2.2.8 Le courant induit

Le **courant induit** $i_{\text{ind}}(t)$ est le courant créé par la f.é.m induite $e(t)$ dans le circuit fermé et orienté \mathcal{C} (comme un générateur) :

$$i_{\text{ind}}(t) = \frac{e(t)}{R}$$

où R est la **résistance totale** du circuit.

2.3 Loi de LENZ

Les effets magnétiques, mécaniques et électriques de l'induction s'opposent aux causes qui leurs ont donné naissance.

- Cette loi permet de retrouver le sens vrai du courant induit ($i_{\text{ind}} = \frac{e}{R}$).
- Le signe $(-)$ dans la loi de FARADAY traduit la loi de LENZ : les effets de l'induction s'opposent aux variations du flux magnétique.

2.4 Auto-induction

2.4.1 Inductance propre L

- Un circuit parcouru par un courant $I(t)$ crée un champ magnétique (champ propre du circuit \vec{B}_p) qui crée un flux Φ_p à travers le circuit (flux propre du circuit) avec :

$$\Phi_p(t) = LI(t)$$

- L : inductance propre du circuit (coefficient d'auto-induction = self-inductance).
- $L \geq 0$: ne dépend que de la géométrie du circuit.

2.4.2 f.é.m propre

La f.é.m propre (d'auto-induction) est :

$$e_p = -\frac{d\Phi_p(t)}{dt} = -L \frac{dI(t)}{dt}$$

L est constante pour un circuit indéformable (rigide).

2.4.3 la f.é.m total

La f.é.m total dans un circuit est :

$$e = -\frac{d\Phi_{\text{ext}}(t)}{dt} - \frac{d\Phi_p(t)}{dt} = e_{\text{ext}} + e_p$$

Φ_{ext} le flux du champ magnétique extérieur et Φ_p le flux du champ propre du circuit.

2.4.4 Énergie magnétique d'un circuit

L'énergie magnétique propre du circuit est :

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2$$

2.5 Induction mutuelle

Dans le cas de deux circuits en influence :

— Le flux total à travers le circuit 1 : $\Phi_1 = \Phi_{p1} + \Phi_{12} = L_1 I_1 + M I_2$

— Le flux total à travers le circuit 2 : $\Phi_2 = \Phi_{p2} + \Phi_{21} = L_2 I_2 + M I_1$

- M est le **coefficient d'induction mutuelle**.
- M est algébrique (dépend de l'orientations des deux circuits) et dépend de la géométrie du système des deux circuits.

2.5.1 f.é.m dans les deux circuits

— La f.é.m induite dans le circuit 1 : $e_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L_1 \frac{dI_1}{dt} - M \frac{dI_2}{dt}$

— La f.é.m induite dans le circuit 2 : $e_2 = -\frac{d\Phi_2}{dt} = -L_2 \frac{dI_2}{dt} - M \frac{dI_1}{dt}$

2.5.2 L'énergie magnétique du système des deux circuits

$$W_m = \frac{1}{2}L_1I_1^2 + \frac{1}{2}L_2I_2^2 + MI_1I_2$$