

TP2 : MESURE D'IMPÉDANCES

On propose d'étudier dans ce T.P. quelques méthodes de mesure d'impédances, aussi bien en statique qu'en régime variable sinusoïdal établi. L'objectif de cette séance est double. D'une part être capable de déterminer les impédances d'entrée et (ou) de sortie des principaux appareils de mesure et générateurs utilisés dans les séances de travaux pratiques d'électronique. D'autre part savoir mettre en œuvre les principales méthodes de mesure d'impédances des dipôles simples tels que conducteur ohmique, condensateur et bobine.

1 Mesures d'Impédances d'Entrée et de Sortie

On utilise principalement une méthode de comparaison de tensions (ou de courants) dite méthode de **demi-tension** (ou demi-courant). Vu de l'entrée, un appareil de mesure peut être modélisé par une impédance, équivalente à une résistance en régime continu et une impédance constituée de l'association résistance, inductance et (ou) capacité en régime **harmonique** (sinusoïdal établi).

1.1 Mesures en régime continu

1.1.1 Mesure d'impédances d'entrée

1.1.1.1 Appareils à grande impédance d'entrée R_e

D'après le schéma représenté figure 1, on mesure tout d'abord la tension délivrée par le générateur quand l'interrupteur K est fermé (résistance R court-circuitée). L'impédance d'entrée R_e est supposée telle que $R_e \gg R_g$. On règle alors la tension délivrée par le générateur (ou l'alimentation stabilisée) à $E_g = 2V$. On ouvre ensuite K et on ajuste la résistance réglable R pour avoir $V_e = E_g/2$, c'est la méthode dite de **demi-tension**.

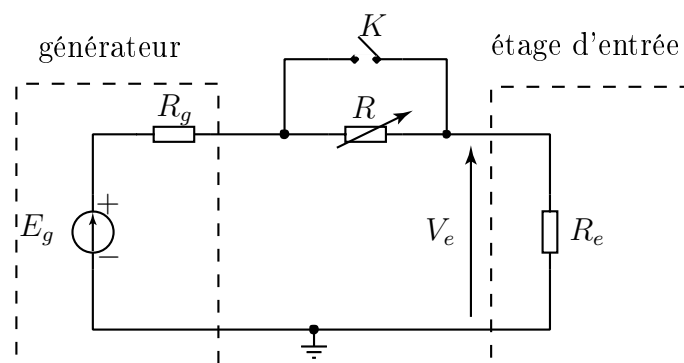


FIGURE 1 – Mesure d'Impédance d'entrée par demi-tension.

- ☞ Exprimer la tension V_e aux bornes de la résistance d'entrée de l'appareil de mesure en fonction de R_e , E_g , R et R_g . Quelle simplification peut-on proposer ?

La manipulation consistant à mesurer V_e en ajustant R , on peut définir la *sensibilité* de la méthode comme étant le rapport $\frac{\Delta V_e}{\Delta R}$, l'intérêt étant d'avoir une méthode la *plus sensible* possible.

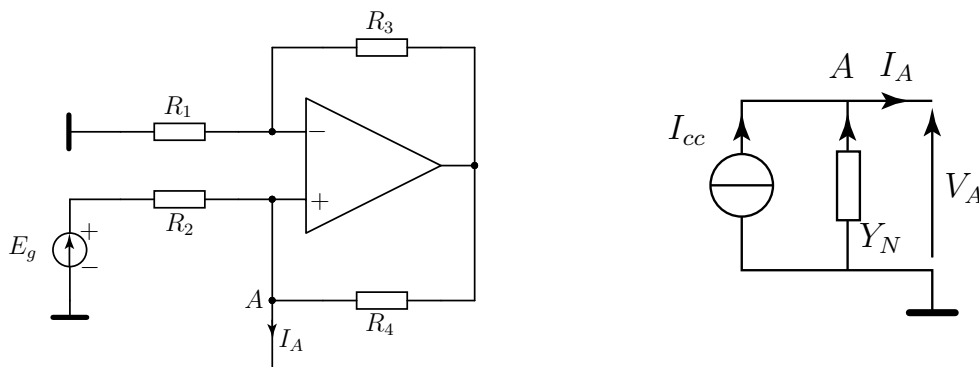
- ☞ Déterminer l'expression de la sensibilité de cette méthode, en fonction de E_g , R et $m = R_e/R$. Pour quelle valeur de m obtient-on la sensibilité la plus grande? On pourra s'aider d'une construction graphique.
- ☞ Pour la valeur de m précédemment calculée, réaliser successivement la mesure de la résistance d'entrée correspondant à différents calibres :
 - d'un oscilloscope ;
 - d'un voltmètre analogique ;
 - d'un multimètre numérique en position voltmètre continu (DC ou ---) ;
- ☞ Comparer les résultats avec les données du constructeur.
- ✗ Dans chacun des cas, donner une estimation de l'incertitude commise sur la détermination de R_e .

1.1.1.2 Appareils à faible impédance d'entrée R_e

On utilise le même principe de mesure, mais cette fois avec des **courants**.

1.1.1.2.1 Étude de la source de courant

On considère le montage représenté figure 2(a) qui permet d'obtenir sous certaines conditions une **source de courant** électrique de faible intensité ($I_A < 10 \text{ mA}$).



(a) Source de courant élémentaire.

(b) Modèle équivalent de Norton.

FIGURE 2 – Source de courant élémentaire pour la mesure des faibles impédances d'entrée.

- ☞ Montrer pour le montage de la figure 2(a), en supposant l'amplificateur opérationnel idéal et le fonctionnement en régime linéaire, que l'intensité I_A a pour expression :

$$I_A = \frac{E_g}{R_2} - \left(\frac{1}{R_2} - \frac{R_3}{R_1 R_4} \right) V_A$$

- ☞ En déduire les éléments I_{cc} et Y_N du modèle équivalent de Norton représenté figure 2(b).

- ☞ Montrer que lorsque $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$, le montage de la figure 2(a) se comporte comme une source de courant **idéale**. Quelle est alors la valeur théorique de $R_N = 1/Y_N$?
- ☞ Quelles sont les conditions de fonctionnement de ce montage en générateur de courant ?
- ☞ Réaliser le montage représenté figure 2(a) avec $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 10\text{ k}\Omega$ et $E_g = 1\text{ V}$.
- ☞ À l'aide du multimètre en position milli-ampèremètre continu, mesurer l'intensité de court-circuit I_{cc} .
- ☞ Proposer une méthode simple de mesure de R_N . Mesurer R_N et comparer cette valeur à la valeur théorique.

1.1.1.2.2 Méthode de demi-courant

Dans l'hypothèse où $R_e \ll R_N$, on peut utiliser la méthode de **demi-courant** pour mesurer R_e .

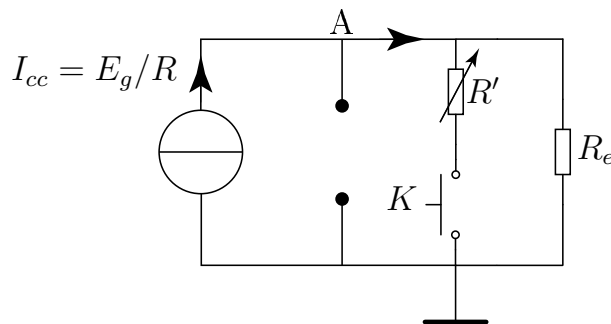


FIGURE 3 – Mesure d'impédance d'entrée par demi-courant.

On modélise la source de courant supposée idéale de la figure 2(a) par son modèle de Norton. On complète ensuite le montage comme représenté figure 3, R_e étant l'impédance d'entrée à mesurer.

- ☞ Exprimer l'intensité I_{Re} du courant qui circule dans R_e , en fonction de I_{cc} , R' et R_e .
- ☞ Mesurer l'impédance d'entrée du multimètre en position ampèremètre continu, pour plusieurs calibres. Comparer les résultats avec les données du constructeur. Estimer les incertitudes absolue et relative commises sur la mesure de R_e .
- ✗ Comment peut-on modéliser un voltmètre ou un ampèremètre ?

1.1.2 Mesure d'impédances de sortie

La méthode de demi-tension est encore applicable pour mesurer l'impédance de sortie d'une alimentation continue ou d'un générateur basse fréquence.

- ☞ Faire le schéma correspondant à la manipulation. Décrire le protocole expérimental. Faire la mesure de R_s pour le GBF et l'alimentation stabilisée dont on dispose. Comparer les résultats avec les données du constructeur.
- ✗ Comment peut-on modéliser une alimentation continue ou un GBF vu de sa sortie ?

1.1.3 Conclusion

- ✗ Conclure sur les impédances des différents appareils de mesure étudiés, et la modélisation de leur étage d'entrée ou de sortie.

2 Mesures d'impédances de quelques dipôles

2.1 Mesure en régime continu – Utilisation d'un pont de WHEATSTONE

La mesure au pont de Wheatstone (figure 4) est encore très utilisée lors de la mise en œuvre des capteurs résistifs (pont continu) tels que les sondes de température (thermistance, résistance de platine), les sondes de pression ou les jauges de déformation. Une mesure classique au pont de WHEATSTONE consiste à établir un *équilibre* pour lequel la différence de potentiel (ou l'intensité du courant électrique) entre les points A et B est nulle (détection de zéro). Un voltmètre numérique de très grande impédance interne convient particulièrement bien à ce genre de détection, puisqu'on peut supposer que le courant qui le traverse est nul.

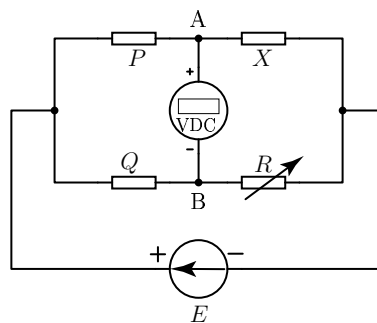


FIGURE 4 – Pont de WHEATSTONE.

Ce type de pont permet de mesurer des résistances de 1Ω à $1 \text{ M}\Omega$. Pour les résistances plus faibles, comprises entre $100 \text{ m}\Omega$ et 10Ω , on utilise un pont de Thomson.

- ☞ Exprimer la tension V_{AB} entre les points A et B, en fonction de E , P , Q , X et R . (On pourra par exemple utiliser le théorème de THÈVENIN).
- ☞ En déduire la condition d'équilibre du pont.

2.1.1 Mesure à l'équilibre

- ☞ Constituer le pont de WHEATSTONE en choisissant $E = 5 \text{ V}$. Pour *limiter* l'intensité du courant électrique qui circule dans chaque branche du pont, on imposera $P = Q = 10 \text{ k}\Omega$ (boîtes à décades). R est une boîte à décades résistive $\times 1 \times 10 \times 10^2 \times 10^3$.
- ☞ À l'aide du pont de WHEATSTONE, mesurer la résistance d'enroulement statique r_0 d'une bobine d'induction Leybold.

2.1.2 Mesures avec un léger déséquilibre

Lorsque l'on désire mesurer des résistances de petites valeurs, (c'est le cas de bon nombre de capteurs cités précédemment), on est confronté à la difficulté de trouver des résistances étalons de faibles valeurs. Nous proposons de décrire une méthode de mesure simple qui permet la détermination de faibles résistances ou de *faibles variations* ΔX autour d'une valeur connue de la résistance X (cf figure 4).

- ☞ E , P et Q et R étant supposées constantes, exprimer la sensibilité $s = \Delta V_{AB} / \Delta X$ en fonction de E , P et X . L'appareil de mesure ainsi constitué est-il linéaire ?

On conserve la même valeurs de E que précédemment.

- ☞ Monter le pont de Whatstone avec $P = Q = X = 10\text{ k}\Omega$ (boîtes à décades). R est une boîte à décades résistive.
- ☞ Équilibrer le pont en réglant R . On ne changera plus les valeurs de P , Q , R et X .
- ☞ Introduire la bobine d'induction dans la branche contenant X et mesurer la tension de déséquilibre ΔV_{AB} . En déduire une mesure de r_0 .

2.2 Mesures en régime sinusoïdal établi

2.2.1 Détection synchrone

2.2.1.1 Présentation

Lorsqu'un dipôle n'est pas purement *résistif* mais présente aussi un comportement *réactif*, il est décrit en régime harmonique par une impédance complexe de la forme $\underline{Z} = a(\omega) + j b(\omega)$. Si $b(\omega) > 0$ le dipôle présente un comportement *inductif* et inversement si $b(\omega) < 0$ il présente un comportement capacitif.

Les mesures volt-ampèremétriques en régime harmonique à l'aide de voltmètre et ampèremètre alternatifs (position AC ou \sphericalangle) ne conduisent qu'à la connaissance du module $|\underline{Z}| = U_{\text{eff}}/I_{\text{eff}} = \sqrt{a^2 + b^2}$ mais pas à a ou b directement.

La détection synchrone est une méthode simple qui permet, entre autres applications¹, de mesurer séparément $a(\omega)$ et $b(\omega)$ pour une fréquence donnée.

2.2.1.2 Principe de la méthode

Le synoptique représenté figure (5) donne le principe de la mesure d'une impédance complexe $\underline{Z} = Z \exp j\varphi$ par détection synchrone.

Le multiplieur analogique (AD633 ou autre) est un composant *non linéaire* d'impédances d'entrées supposées infinies, d'impédance de sortie négligeable et de bande passante 1 MHz. La constante K est ajustée avec une grande précision à 10 V. La sortie $x_s(t)$ du multiplieur analogique s'écrit par conséquent :

$$x_s(t) = \frac{1}{K} x_1(t) \times y_1(t)$$

- ☞ Analyser le rôle du circuit déphaseur.
- ☞ Écrire l'expression de la tension instantanée $x_s(t)$ à la sortie du multiplieur en fonction de K , U_e , Z , I_0 , ω , t , φ et $\Delta\phi$.

Le filtre passe-bas, qui peut être avantageusement remplacé par un voltmètre *numérique* en position DC, présente une fréquence de coupure f_c très inférieure à la fréquence de travail f .

- ☞ Montrer que la tension V_S s'écrit :

$$V_S = \frac{U_e I_0}{2K} Z \cos(\Delta\phi - \varphi)$$

- ☞ Montrer que selon la valeur de $\Delta\phi$, la tension continue V_S est proportionnelle à la partie réelle $\Re[\underline{Z}]$ de \underline{Z} ou à la partie imaginaire $\Im[\underline{Z}]$ de \underline{Z} .

1. La détection synchrone permet aussi de détecter un signal de faible amplitude noyé dans du bruit, de démoduler des signaux...

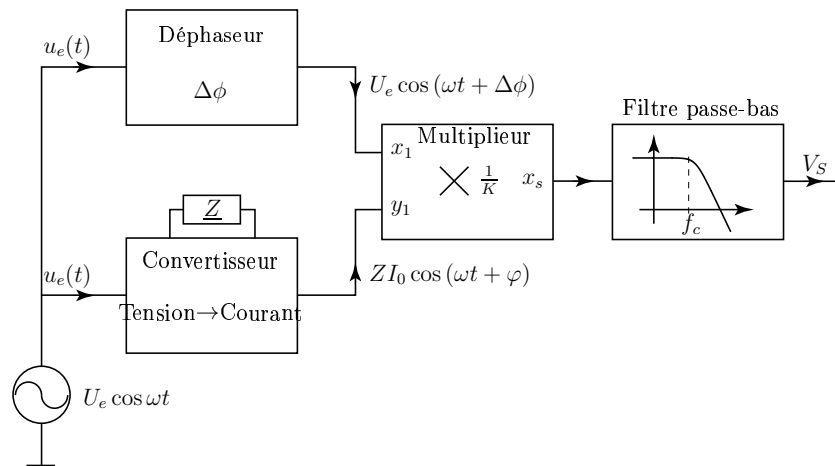


FIGURE 5 – Synoptique de la mesure d’une impédance complexe $\underline{Z} = Z \exp j\varphi$ par détection synchrone.

2.2.1.3 Montage complet

Le détecteur synchrone est monté pré-cablé sur un circuit imprimé et ne doit pas être démonté. Le schéma du montage complet est représenté figure 6.

- ☞ Déterminer l’expression du déphasage $\Delta\phi$ à la sortie du déphaseur en fonction de R et C .
- ☞ Pour une fréquence de travail $f = 1 \text{ kHz}$ et une valeur du condensateur $C = 100 \text{ nF}$ quelle doit être la valeur de la résistance R pour avoir un déphasage $|\Delta\phi| = \frac{\pi}{2} \text{ rd}$?
- ☞ Montrer que l’expression de V_S est donnée par

$$V_S = \frac{U_e^2}{2KR_0} Z \cos(\Delta\phi - \varphi)$$

- ☞ Quel est le rôle de l’interrupteur K ?

2.2.1.4 Mesures

Le symbole ζ indique une borne de branchement sur le circuit intégré.

- ☞ On complètera le montage en branchant :
 - une boîte à décades résistive entre les bornes AR et BRC ;
 - une boîte à décades capacitive entre les bornes BRC et GND ;
 - un générateur (GBF) entre les bornes EG et GND ;
 - un multimètre numérique entre les bornes S et GND ;
 - les polarisations $+V_{cc} = 15 \text{ V}$ et $V_{dd} = -15 \text{ V}$ d’alimentation continue symétrique respectivement aux bornes Vcc et Vdd ;
 - la masse de l’alimentation symétrique à la borne GND.
 - finalement le dipôle \underline{Z} à étudier entre les bornes ZA et ZB.

On fera vérifier le montage complet avant de mettre sous tension.

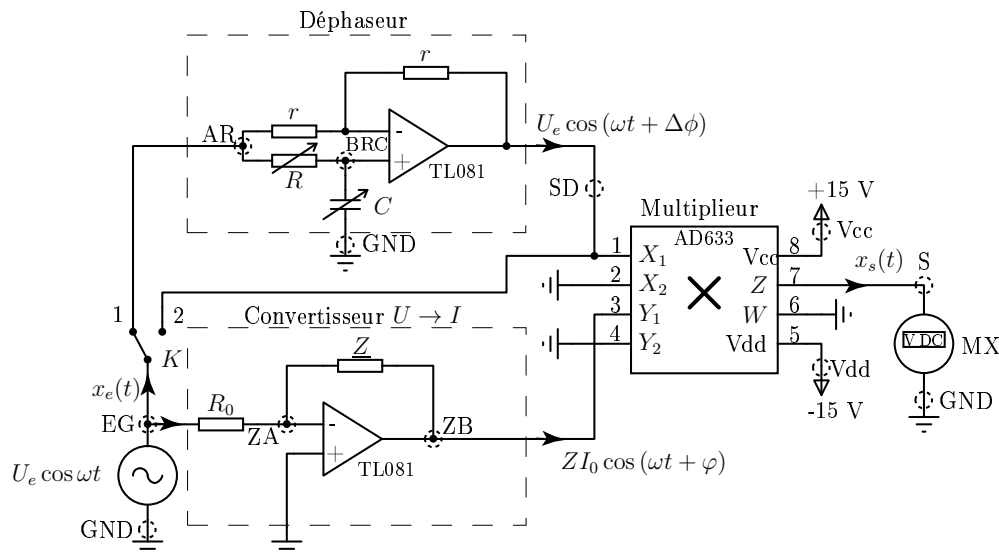


FIGURE 6 – Schéma complet du détecteur synchrone.

2.2.1.4.1 Étude de l'inductance d'une bobine à noyau

On désire étudier l'influence du noyau sur l'inductance L d'une bobine Leybold (dipôle Z). Pour cela, on cherche à mesurer avec précision l'inductance L en fonction de la longueur ℓ de noyau introduit dans la bobine.

- ☞ Régler précisément le GBF pour un signal sinusoïdal de fréquence de travail $f = 1\text{ kHz}$ et d'amplitude $U_e = 5\text{ V}$.
- ☞ Faire tous les branchements indiqués en 2.2.1.4 avec $C = 100\text{ nF}$, $R = 1,59\text{ k}\Omega$ et l'interrupteur K sur la position 1.
- ☞ Observer à l'oscilloscope que les signaux délivrés par le générateur $u_e(t)$ (borne EG) et par le déphaseur (borne SD) ont bien même amplitude et sont déphasés de $\pm\pi/2$. Au besoin ajuster la valeur de R .

Avant toute manipulation, on vérifie si le système de mesure ne présente pas des défauts de décalage en tension de sortie ($V_S \neq 0$ pour $L = 0$).

- ☞ Avec les réglages précédents, mesurez V_S pour $L = 0\text{ H}$ (on court-circuite la bobine). On appellera V_{S0} cette éventuelle tension de décalage.

Le dispositif est maintenant prêt pour l'étude de la bobine.

- ☞ Mesurez V_S pour une dizaine de valeurs de ℓ réparties régulièrement entre 0 et ℓ_{\max} .
- ☞ En tenant compte de l'éventuelle décalage V_{S0} , représenter graphiquement le nuage de points (L, ℓ) (on utilisera pour cela le logiciel Excel©).
- ☞ Déterminer la loi de variation $L = L(\ell)$ à l'aide d'une *régression linéaire*. Conclure sur les éventuels effets de bord.

2.2.1.4.2 Effet de la fréquence sur l'inductance L

On désire étudier cette fois l'effet de la fréquence de travail f sur la valeur de l'inductance L d'une bobine d'induction.

Le montage et les réglages sont les mêmes que précédemment, mis à part R , C , f et éventuellement U_e . On prendra garde pour chaque mesure de cette série à ce qu'aucun des amplificateurs opérationnels ne *sature* et à ce que le déphasage introduit par le déphaseur soit égale à $\pm\pi/2$ (le vérifier sur le montage) !

La longueur ℓ de noyau est choisie maximale par exemple : $\ell = \ell_{\max}$.

☞ Effectuer les calculs et mesures nécessaires pour déterminer $L(f)$ et compléter le tableau suivant :

f (Hz)	100	500	10^3	$5 \cdot 10^3$	10^4	$5 \cdot 10^4$
R (Ω)						
C (F)	10^{-7}	10^{-7}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-8}	10^{-9}
U_e (V)						
V_S (V)						
L (H)						

☞ Représenter graphiquement $L(f)$. Interpréter le comportement de l'inductance d'une bobine à noyau avec la fréquence.

2.2.2 Méthode de résonance d'un circuit R-L-C série

La méthode de résonance d'un circuit R-L-C série est une méthode facile et rapide à mettre en œuvre. Elle permet une première estimation de la valeur de C_0 ou de L_0 . On supposera ici C_0 connue avec une bonne précision ($C_0 = 1 \mu\text{F}$) et parfaitement capacitif. On fera une nouvelle détermination de L_0 .

- ☞ À l'aide des mesures que vous avez effectuées précédemment, quel modèle simple peut-on proposer pour la bobine ?
- ☞ Comment détecter facilement la résonance d'intensité ? Quelle est alors l'expression de L_0 en fonction des autres éléments du circuit ?

On déterminera la résonance *d'intensité* en prélevant la tension au bornes d'une résistance $R = 10 \Omega$. L'amplitude de la tension délivrée par le GBF est fixée à 0,1 V.

- ☞ Représenter le schéma pratique du dispositif. Attention aux masses !
- ☞ Réaliser le montage et mesurer l'inductance L_0 de la bobine en indiquant la fréquence de résonance utilisée. Comparer la valeur obtenue avec celle mesurée par détection synchrone.
- ☞ Donner une estimation de ΔL_0 . Conclure.

2.2.3 Mesures à l'aide de ponts en régime sinusoïdal établi

Dans les deux séries de mesures, la fréquence de travail du générateur est fixée à 1 kHz. On utilisera un multimètre numérique en position AC pour détecter l'équilibre du pont.

2.2.3.1 Ponts de MAXWELL et de HAY

Ces ponts dits aussi P×Q, sont souvent utilisés en régime sinusoïdal établi pour déterminer les éléments d'un dipôle réel de nature *inductive*. Selon la nature des pertes dans le dipôle inductif, on utilise plutôt une représentation série ou parallèle du dipôle. On a représenté figure 7(a) le pont dit

de MAXWELL pour une modélisation *série* du dipôle inductif (r_x, L_x) et figure 7(b) le pont dit de HAY pour une modélisation *parallèle* du dipôle inductif.

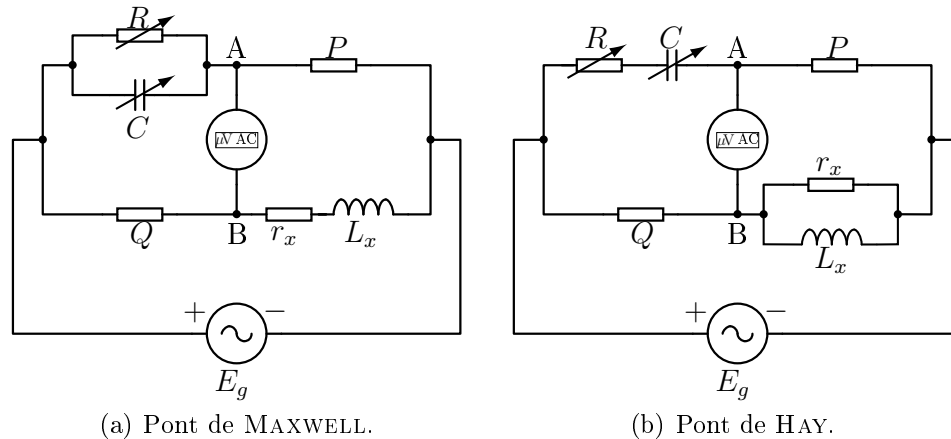


FIGURE 7 – Ponts en alternatif pour la mesure d'impédances de nature inductive.

- ☞ Montrer que le jeu d'équations qui caractérise l'équilibre des ponts de MAXWELL et de HAY est donné pour les deux cas par :

$$r_x = \frac{PQ}{R} \quad \text{et} \quad L_x = PQC$$

- ☞ Quel est l'ordre de grandeur de P , Q et R sachant que pour le modèle série d'une bobine d'induction avec noyau on a $L_x \approx 100$ mH et $r_x \approx 50 \Omega$ à la fréquence de travail $f = 1$ kHz ?

Pour la bobine dont on dispose, le modèle série semble le plus adapté.

- ☞ Réaliser le pont alternatif correspondant au modèle série de la bobine. On choisira des valeurs de P et Q égales (sensibilité maximale du pont) et de l'ordre de 100Ω à 1 k Ω . P , Q et R sont des boîtes à décades résistives $\times 1 \times 10 \times 10^2 \times 10^3$. C est une boîte à décades capacitive. Le GBF débitera un signal sinusoïdal d'amplitude de l'ordre de 2 à 4 volts et de fréquence $f = 1$ kHz.
- ☞ Chercher à équilibrer le pont en ajustant tour à tour R et C .
- ☞ Est-il possible d'annuler U_{AB} ? Pourquoi ?
- ☞ Dédurre de vos mesures les éléments série de la bobine.

2.2.3.2 Pont de NERNST

Ce pont dit P/Q (figure 8) est utilisé en régime sinusoïdal établi pour déterminer les éléments du modèle *parallèle* d'un dipôle de nature *capacitive*.

Un condensateur réel comporte un diélectrique qui n'est pas parfait et dont la conductivité électrique n'est pas parfaitement nul. On peut donc le modéliser à basses fréquences par l'association parallèle d'un condensateur parfait de capacité C_x et d'un conducteur ohmique de résistance R_x , représentatif des pertes dans le diélectrique.

- ☞ Montrer que le jeu d'équations qui caractérise l'équilibre du pont de NERNST est :

$$R_x = \frac{Q}{P}R \quad \text{et} \quad C_x = \frac{P}{Q}C$$

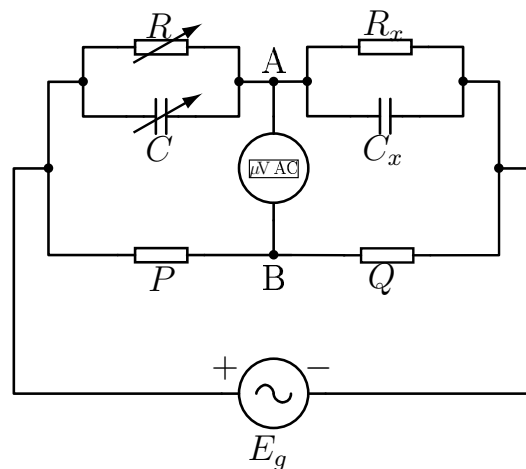


FIGURE 8 – Pont de NERNST.

- ☞ Réaliser le pont de NERNST. Selon la qualité du condensateur, R_x est plus ou moins élevée. Les valeurs de R disponibles au laboratoire étant limitées ($1\text{ M}\Omega$), il faut envisager des valeurs de Q/P de l'ordre de 1 à 1000. P et Q sont des boîtes à décades. R est une boîte à décades résistives $\times 1 \times 10 \times 10^2 \times 10^3 \times 10^4 \times 10^5$. C est une boîte à décades capacitive. Le GBF débitera un signal sinusoïdal d'amplitude de l'ordre de 2 à 4 volts et de fréquence $f = 1\text{ kHz}$.
- ☞ Chercher à équilibrer le pont en ajustant tour à tour R et C .
- ☞ Est-il possible d'annuler U_{AB} ? Pourquoi?
- ☞ Dédurre de vos mesures les éléments parallèles du condensateur.
- ☞ Déterminer pour plusieurs fréquences la valeur de l'angle de perte δ défini pour le modèle parallèle du condensateur par :

$$\tan \delta = \frac{1}{R_x C_x \omega}$$

Quel est le sens physique de cet angle de perte?