

CORRIGÉ

1.1.

Par définition :

$$U_o = \frac{1}{T_r} \int_0^{T_r} u_x(t) dt$$

$$= \frac{1}{T_r} \int_0^{t_o} U_x dt$$

$$= \boxed{t_o U_x / T_r}$$

Par identification : $k = t_o U_x = 0,1 \times 10 = \boxed{1 \text{ Vs}}$

1.2.

D'après la figure 1 : $T_{r,\min} = t_o$ soit $f_{r,\max} = 1/t_o$. D'où :

$$V_{\max} = 7,46 / t_o$$

$$= \boxed{74,6 \text{ km/h}}$$

1.3.

On utilise un filtre passe-bas.

2.1.

La rétroaction est négative. L'AO fonctionne en régime linéaire.

2.2.

L'AO est en plus supposé idéal alors : $\mathcal{E} = V_+ - V_- = 0$.Or : $V_+ = u_c(t)$ et $V_- = u_2(t)$. Donc :

$$\boxed{u_2(t) = u_c(t)} \Rightarrow \boxed{u_2(t) = u_c(t)}$$

2.3.

Avec $i_+ = 0$ et en utilisant le montage :

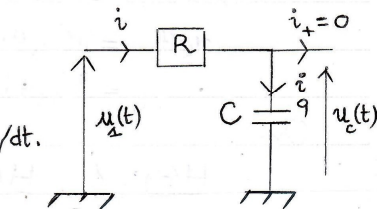
$$u_2(t) = R i(t) + u_c(t)$$

Or : $q(t) = C u_c(t)$ soit $i(t) = C du_c(t)/dt$.

Donc :

$$\boxed{u_2(t) = RC du_c(t)/dt + u_c(t)}$$

En régime sinusoïdale permanent :



$$\boxed{u_c = u_2 / (1 + jRC\omega)}$$

Remarque :

2

On retrouve le même résultat en utilisant le diviseur de tension :

$$u_c(t) / u_2(t) = Z_c / (R + Z_c)$$

$$= 1 / (1 + jRC\omega)$$

2.4.

◇ La fonction de transfert du filtre est :

$$H(jf_r) = u_2(t) / u_1(t)$$

$$= u_c(t) / u_1(t)$$

$$= \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

$$= \frac{H_o}{1 + jf_r/f_o}$$

Par identification, sachant $\omega = 2\pi f_r$,

$$\boxed{H_o = 1}, \quad \boxed{f_o = 1/2\pi RC}$$

2.5.

◇ À hautes fréquences ($f_r \gg f_o$) :

$$H \rightarrow -j \frac{f_o}{f_r} H_o \rightarrow 0$$

◇ À basses fréquences ($f_r \ll f_o$) :

$$H \rightarrow 1$$

C/C : Le montage de la figure 2 est un filtre passe-bas dont la fonction de transfert est cohérente avec la réponse à 1.3.

2.6.

Avec $f_r = 1/T_r = 10 \text{ Hz}$.

$$u_2(t) = H u_1(t)$$

$$= H(0) U_o + H(f_r) U_1 \cos(2\pi f_r t + \phi_2) + \dots$$

Or :

$$H(0) = 1, \quad H(f_r) \approx 0, \quad H(2f_r) \approx 0 \dots$$

Donc :

$$\boxed{u_2(t) = U_o}$$

1.1.1.

3

Dans le référentiel barycentrique lié à la roue la trajectoire est circulaire de rayon r .

1.1.2.

Dans R :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{OP} &= \overrightarrow{OI_1} + \overrightarrow{I_1C_1} + \overrightarrow{C_1P} \\ &= (x+l)\overrightarrow{e_x} + r\overrightarrow{e_z} + (-r\sin\theta)\overrightarrow{e_x} + (-r\cos\theta)\overrightarrow{e_z} \\ &= \boxed{(x+l - r\sin\theta)\overrightarrow{e_x} + r(1 - \cos\theta)\overrightarrow{e_z}}.\end{aligned}$$

1.1.3.

La vitesse $\overrightarrow{v}(P/R)$:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{v}(P/R) &= d\overrightarrow{OP}/dt \\ &= \boxed{(\dot{x} - r\dot{\theta}\cos\theta)\overrightarrow{e_x} + r\dot{\theta}\sin\theta\overrightarrow{e_z}}\end{aligned}$$

1.1.4.

La vitesse de glissement $\overrightarrow{v}_g = \overrightarrow{v}(R_1/R)$:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{v}_g &= \overrightarrow{v}(I_2 \in R_1/R) - \overrightarrow{v}(I_2 \in R/R) \\ &= \overrightarrow{v}(I_2 \in R_1/R) \\ &= \overrightarrow{v}(C_1/R) + \overrightarrow{\Omega}(R_1/R) \wedge \overrightarrow{C_1I_1} \\ &= \dot{x}\overrightarrow{e_x} + \omega\overrightarrow{e_y} \wedge (-r\overrightarrow{e_z}) \\ &= \boxed{(\dot{x} - r\omega)\overrightarrow{e_x}}.\end{aligned}$$

C/C: Le roulement sans glissement de la roue est vérifié si $\overrightarrow{v}_g = \vec{0}$ soit; $\boxed{\dot{x} = r\omega}$.

1.1.5.

La question demande seulement la représentation de l'allure de la trajectoire de P. Ici essayant de démontrer la représentation.

Le roulement est sans glissement alors avec $x(t=0) = -l$.

Avec $\dot{x} = r\dot{\theta}$ alors $x(t) = r\theta + C_1$, $C_1 = Cte$.

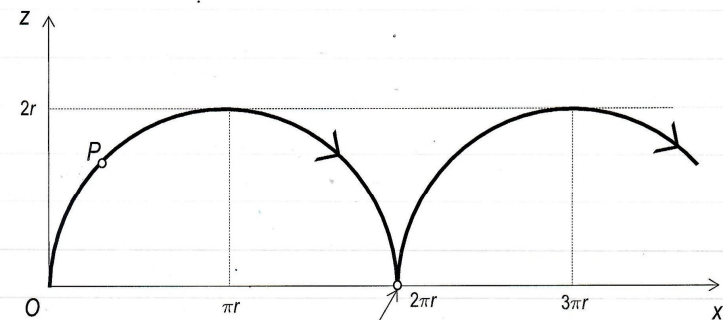
4

Or $\theta(t=0) = 0$ donc: $\boxed{x(t) = r\theta(t) - l}$.

D'après 1.1.2. l'équation paramétrique de la trajectoire s'écrit:

$$\begin{cases} x_p(t) = r(\theta - \sin\theta) \\ z_p(t) = r(1 - \cos\theta) = 2r\sin^2(\theta/2) \end{cases}$$

D'où l'allure de la trajectoire:



Point de rebroussement (la vitesse de P s'annule)

La trajectoire est une cycloïde.

1.2.1.

$R^*(C, x^*, y^*, z^*, t)$ n'est pas galiléen car il est en translation rectiligne non uniforme dans R galiléen.

1.2.2.

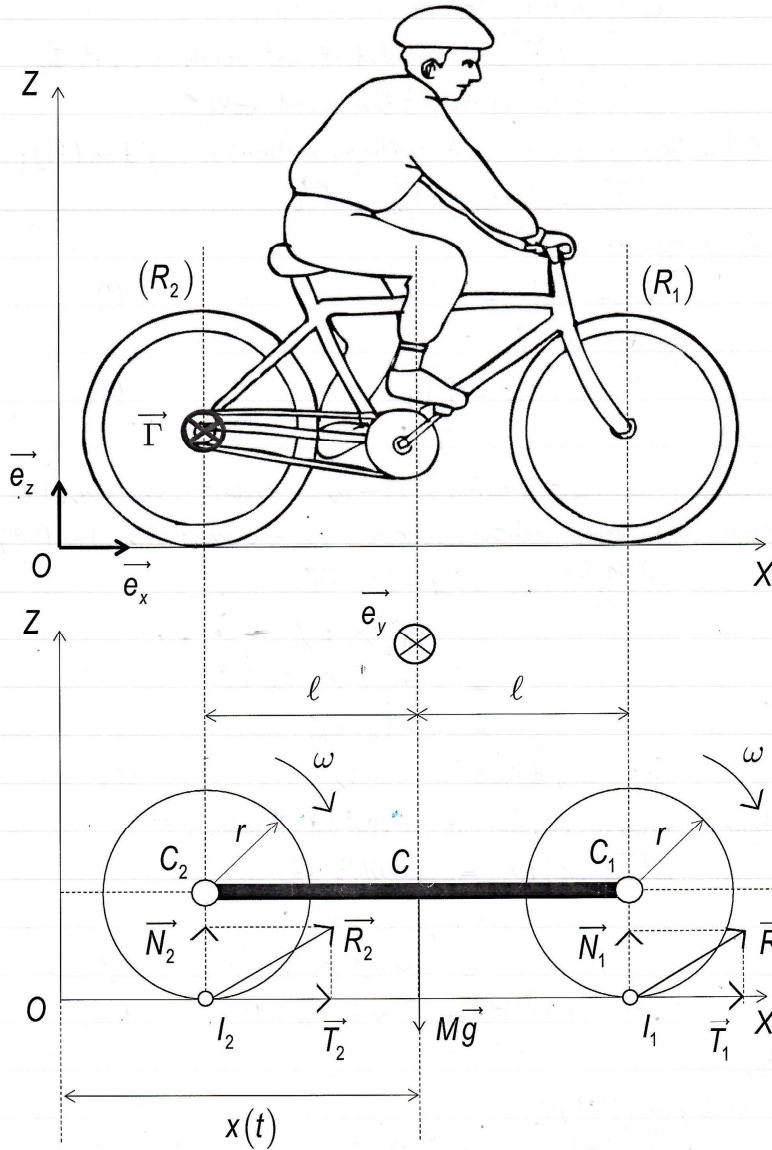
◇ Le vélo se met en mouvement dès que le cycliste exerce le couple $\overrightarrow{\Gamma}$ donnant naissance à la composante tangentielle de la réaction de contact $(T_1 + T_2)\overrightarrow{e_x}$.

◇ Le cycliste exerce un couple de résultante nulle. La puissance des actions du cycliste permet au vélo d'accélérer (augmentation de son énergie cinétique).

1.2.3.

5

◇ Système d'étude : $\Sigma = \{\text{cadre, cycliste, roues}\}$ de masse M .



◇ Référentiel d'étude : R galiléen.

6

◇ Bilan des forces extérieures :

◇ Le poids : $M\vec{g} = -Mg\vec{e}_z$,

◇ \vec{R}_1 et \vec{R}_2 : Forces de frottements solide en I_1 et I_2 ,

◇ Les forces de frottement fluide sont négligées.

◇ Le théorème de la résultante cinétique appliqué à (Σ) dans (R) :

$$M\vec{a} = M\vec{g} + \vec{R}_1 + \vec{R}_2$$

◇ La projection sur \vec{e}_x :

$$\boxed{T_1 + T_2 = Ma} \quad (1)$$

◇ La projection sur \vec{e}_z :

$$\boxed{N_1 + N_2 = Mg} \quad (2)$$

1.2.4.

Notons J le moment d'inertie de la roue par rapport à son axe. Le théorème du moment cinétique appliqué à la roue avant (R_1) dans (R^*) .

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{\sigma}_1(C_1)/R^*}{dt} &= J \frac{d\omega}{dt} \vec{e}_y \\ &= \vec{C}_1 \vec{I}_1 \wedge \vec{R}_1 \\ &= -r \vec{e}_z \wedge T_1 \vec{e}_x \\ &= -r T_1 \vec{e}_y \end{aligned}$$

$$\text{Soit: } \boxed{J d\omega/dt = -r T_1} \quad (3)$$

Pour la roue arrière sachant qu'elle est soumise à $\vec{\Gamma}$.

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{\sigma}_2(C_2)/R^*}{dt} &= J d\omega/dt \vec{e}_y \\ &= \vec{C}_2 \vec{I}_2 \wedge \vec{R}_2 + \vec{\Gamma} \\ &= -r \vec{e}_z \wedge T_2 \vec{e}_x + \Gamma \vec{e}_y \end{aligned}$$

$$\text{Soit: } \boxed{J d\omega/dt = -r T_2 + \Gamma} \quad (4)$$

1.2.5.

Pour (Σ) dans (R^*) :

$$\frac{d\vec{\sigma}_\Sigma(C)/R^*}{dt} = 2J d\omega/dt \vec{e}_y = \vec{C}_1 \vec{I}_1 \wedge \vec{R}_1 + \vec{C}_2 \vec{I}_2 \wedge \vec{R}_2 + \vec{\Gamma}$$

$$J \frac{d\omega}{dt} \vec{e}_y = \begin{vmatrix} l \\ 0 \\ -r \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} T_1 \\ 0 \\ N_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -l \\ 0 \\ -r \end{vmatrix} \wedge \begin{vmatrix} T_2 \\ 0 \\ N_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ \Gamma \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$= -rT_1 - lN_1 - rT_2 + lN_2 \quad 7$$

Soit:

$$J \frac{d\omega}{dt} = -rT_1 - lN_1 - rT_2 + lN_2 \quad (5)$$

1.26.

Les roues ont des masses négligeables alors $J \approx 0$. Donc:

$T_1 = 0$: réaction tangentielle nulle pour la roue avant.

$$T_2 = \Gamma / r$$

De (4):

$$a = \Gamma / Mr$$

1.27.

En utilisant (2) et (5):

$$N_1 + N_2 = Mg$$

$$-lN_1 + lN_2 = \Gamma$$

Soit avec $\Gamma = Mr a$:

$$N_1 = \frac{Mg}{2} - \frac{\Gamma}{2l} = \frac{Mg}{2} - \frac{Ma}{2} \frac{r}{l}$$

Soit:

$$N_2 = Mg - N_1$$

$$= \frac{Mg}{2} + \frac{Mar}{2l}$$

Remarques:

◇ N_1 est d'autant plus faible que a est grand.

◇ N_2 est d'autant plus grande que a est grand.

◇ C/C:

Lors d'une forte accélération, l'avant du vélo a tendance à s'enfoncer et l'arrière à se lever.

1.28.

8

◇ Au niveau de la roue (R_2):

D'après les lois de Coulomb, il y a adhérence de roue tant

que: $|T_2| < f N_2$ (roulement sans glissement).

À la limite d'adhérence (roulement avec glissement),

$$T_2 = f N_2$$

$$\Gamma / r = f \frac{Mg}{2} + f \frac{Mr}{2l} a_2 = M a_2$$

Soit:

$$a_2 = \frac{f g}{2(1 - fr/2l)} = a_{\max}^g$$

Expérience:

D'après l'expression de a_2 , a_{\max} est croissant avec f .

◇ Un vélo accélérant sur un sol en glace glisse.

◇ // // // // en goudron ne glisse pas.

◇ Seule la roue avant (R_1) peut basculer (ou encore décoller).

À la limite:

$$N_1 = 0$$

Soit:

$$a_2 = lg/r = a_{\max}^b$$

Tant que $N_1 > 0$ la roue avant (R_1) ne décolle pas du sol.

Soit:

$$a < a_{\max}^b$$

Expérience:

Lors d'une forte accélération un vélo a tendance à s'enfoncer à l'arrière et se lever à l'avant.

« Wheelly ».

2.1.

9

Sachant que la capacité de quatre piles égale à la capacité d'une pile. Donc:

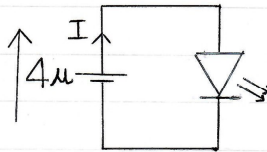
$$I = q / \Delta t$$

Or $\mathcal{P}_e = 4uI$ alors:

$$\boxed{I = \mathcal{P}_e / 4u} \quad \text{AN: } \boxed{I = 0,83 \text{ A}}$$

Le temps nécessaire Δt pendant lequel la charge soit consommée:

$$\boxed{\Delta t = q / I} \quad \text{AN: } \boxed{\Delta t = 57,6 \text{ min} \approx 58 \text{ min}}$$



2.2.

Par définition:

$$\phi = N_{\text{photon}} / \Delta t$$

$$N_{\text{photon}} E_{\text{photon}} = N_{\text{photon}} hc / \lambda_0 \\ = \mathcal{P}_{lu} \Delta t$$

Donc:

$$\boxed{\mathcal{P}_{lu} = \phi E_{\text{photon}} = \phi hc / \lambda_0}$$

2.3.

On a:

$$I = N_{\text{electron}} e / \Delta t \\ = \phi e$$

$$\boxed{\phi = I / e}$$

2.4.

◇ La puissance électrique consommée par la LED est: $\mathcal{P}_e = u I$.

◇ La puissance lumineuse émise par la LED est:

$$\mathcal{P}_{lu} = \frac{hc}{\lambda_0 e} I \\ = n_p \mathcal{P}_e$$

$$= n_p u I \quad \text{avec } n_p \text{ le nombre des 4 piles en série.}$$

$n_p = hc / u \lambda_0 e \approx 2$: une pile est donc insuffisante.

C/C: On utilise 4 pour compenser la puissance ohmique.

3.1.

10

D'après la figure 5:

$$U = E - RI$$

$$\boxed{E = U + RI}$$

Pour le fonctionnement nominal:

$$\boxed{E = U_N - RI_N} \quad \text{AN: } \boxed{E \approx 31 \text{ V}}$$

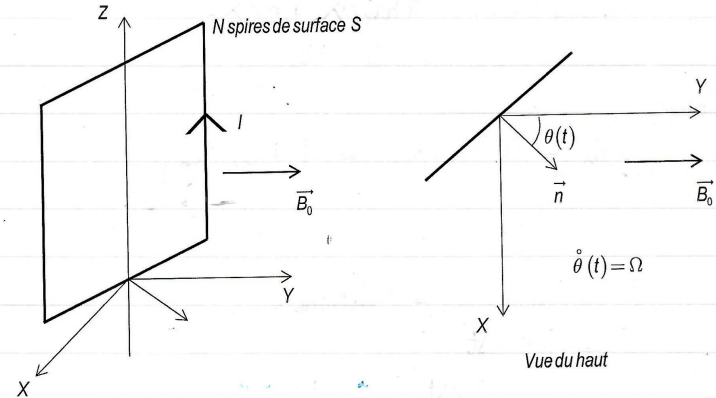
3.2.

La puissance absorbée par le moteur pour le régime nominal:

$$\boxed{\mathcal{P}_a = U_N I_N} \quad \text{AN: } \boxed{\mathcal{P}_a \approx 295 \text{ W}}$$

3.3.

Soit la figure ci-dessous représentant l'induit du moteur à courant continu.

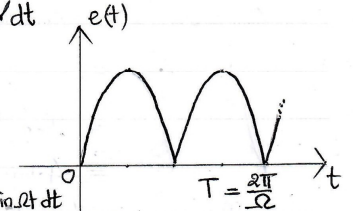


La force électromotrice induite est:

$$e(t) = -d\phi(t)/dt = -d(NB_0 \vec{e}_y \cdot S \vec{n})/dt \\ = -d(NB_0 S \cos(\theta(t)))/dt \\ = NB_0 S \Omega \sin(\Omega t)$$

Or l'induit se comporte comme un redresseur:

$$E = \langle e(t) \rangle_t \\ = \frac{1}{T} \int_0^T e(t) dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} NB_0 S \Omega \sin(\Omega t) dt \\ = 2NB_0 S \Omega / \pi \Rightarrow \boxed{E = k' \Omega} \quad \text{avec } k' = 2NB_0 S / \pi$$



AN:

11

$$k' = E/\Omega_N = \frac{31V}{3000 \cdot 2\pi \cdot 1/60}$$

$$= \boxed{0,1 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{rad}^{-1}}$$

3.4.

La puissance électromagnétique est:

$$P_{em} = EI$$

$$= \Gamma_{em} \Omega$$

$$\stackrel{3.3.}{=} k' I \Omega$$

Donc:

$$\boxed{\Gamma_{em} = k' I}$$

3.5.

En négligeant les pertes collectives:

$$\Gamma_u = \Gamma_{em} - \Gamma_{pertes}$$

$$\approx \Gamma_{em}$$

$$= k' I$$

Pour le fonctionnement nominal: $\Gamma_u = k' I_N = \boxed{0,82 \text{ J} \cdot \text{rad}^{-1}}$

3.6.

La puissance utile est:

$$P_u = \Gamma_u \Omega = k' I_N \Omega = EI_N = \boxed{254 \text{ W}}$$

En négligeant les pertes collectives:

$$\eta = P_{utile} / P_{reque}$$

$$= EI / UI = \boxed{E/U}$$

AN: $\eta \approx 86\%$.

3.7.

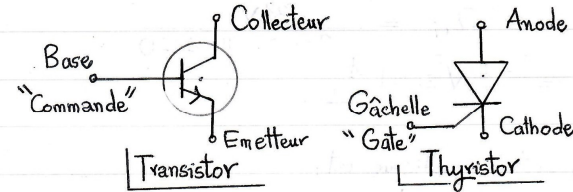
Sachant que la puissance mécanique est conservée:

$$P_{em} = \Gamma_{em} \Omega_N = \Gamma_r \Omega_N / 15 \Rightarrow \boxed{\Gamma_r = 15 \Gamma_{em} = 12,3 \text{ J} \cdot \text{rad}^{-1}}$$

C/C:

381.

12



382.

Rôle de la diode D:

Elle permet la continuité du courant i dans la charge (le moteur) en dehors des phases d'alimentation.

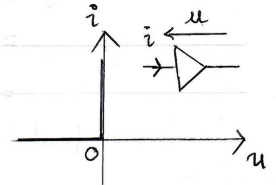
Elle permet d'éviter une surtension aux bornes de l'interrupteur commandé H. lorsqu'il s'ouvre.

383.

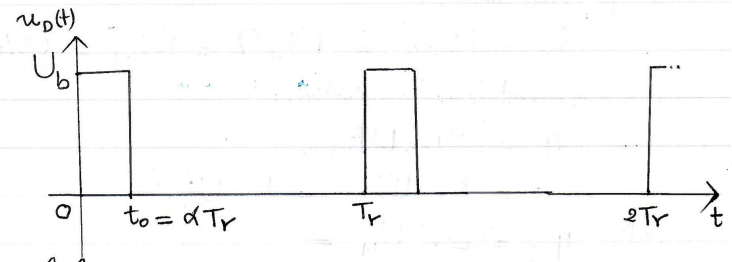
En utilisant la caractéristique de la diode idéale.

◇ Si H passant $u_D = U_b$ alors $u = -U_b$
 $i = 0$: la diode est bloquée.

◇ Si H bloquée: $i \neq 0$ la diode devient passante: $u_D(t) = 0$



384.



D'après 1.1.: $\langle u_D(t) \rangle_t = \alpha T_r U_b f_r = \alpha U_b$

AN: $\langle u_D(t) \rangle_t = \boxed{21,6 \text{ V}}$

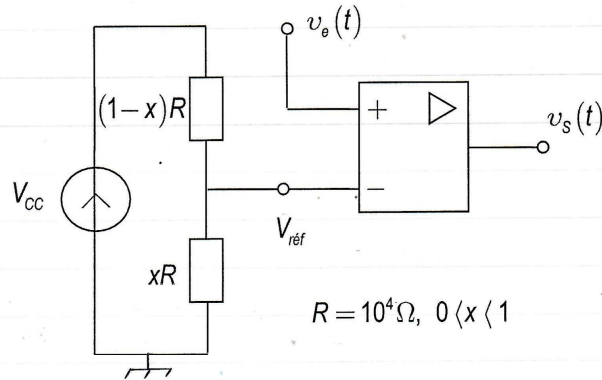
385.

Sachant que $\langle u_L \rangle = 0$ alors: $\langle u_M \rangle = \langle u_D \rangle = \alpha U_b$

Remarque:

$$\langle u_L(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T u_L(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T L \frac{di_L(t)}{dt} dt = \frac{L}{T} \int_0^T di_L(t) = \frac{L}{T} (i_L(T) - i_L(0)) = 0.$$

3.9.1.



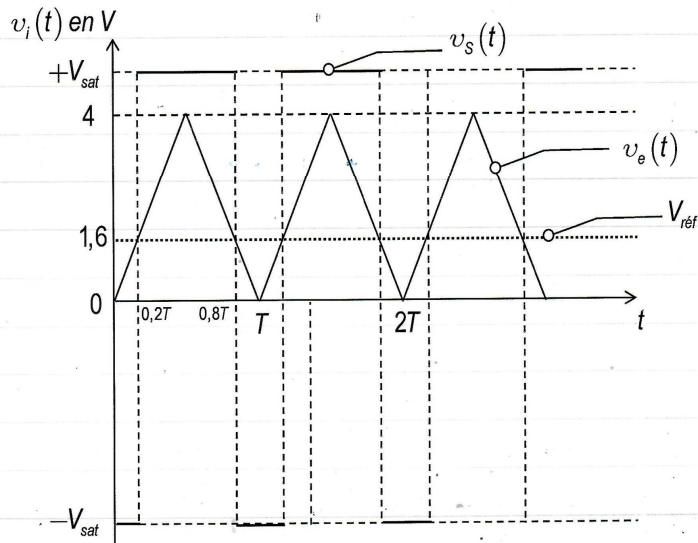
$R = 10^4 \Omega, 0 < x < 1$

Remarque: En utilisant le diviseur de tension; $V_{ref} = x V_{cc}$.

3.9.2.

Si $v_e(t) > V_{ref}$, $v_s(t) = +V_{sat}$. Si $v_e(t) < V_{ref}$, $v_s(t) = -V_{sat}$.

3.9.3.



Remarque: L'échelle n'est pas respectée.

Le rapport cyclique α_s de $v_s(t)$ est: $\alpha_s = 0,6$.

3.9.4.

D'après la représentation précédente:

Si $V_{ref} > 4V$ alors $v_s(t)$ est toujours égale à $-V_{sat}$.

Si $V_{ref} < 0V$ // // // // // // $+V_{sat}$.

Donc pour que v_s soit rectangulaire de rapport cyclique $0 < \alpha_s < 1$ il faut que: $0 < V_{ref} < 4V$.

3.10.

$U_M = \langle u_D \rangle = \alpha V_{sat} = 9V, E_M = U_M - RI_N = 3,6V$.

$\Omega_M = E_M / k' = 3,6V / 0,1 Vs \text{ rad}^{-1} = 36 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} = 344 \frac{\text{tr}}{\text{min}}$.

La fréquence de rotation du moteur: $f_M = \Omega_M / 2\pi$.

$f_M = 6 \text{ tr} \cdot \text{s}^{-1} \Rightarrow f_r = f_M / 15 = 0,4 \text{ tr} \cdot \text{s}^{-1} = 2,5 \text{ Hz}$.

La vitesse du vélo:

D'après la page 1 de l'énoncé:

$v (\text{km} \cdot \text{h}^{-1}) = 7,46 f_r (\text{Hz}) = 19 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$.

La puissance utile du moteur:

$P_M = \Gamma_M \Omega_M = 0,8 \times 36 = 28,8 \text{ W} \approx E_M I_N$.