

CORRIGÉ

1.

On peut écrire \vec{E} sous la forme:

$$\vec{E} = E_0 \exp i(\omega t - (1-i)\alpha z) \vec{e}_x$$

Alors:

$$\begin{aligned} \text{rot}(\vec{E}) &= -i(1-i)\alpha \vec{e}_z \wedge \vec{E} \\ &= -i(1-i)\alpha E_0 \exp i(\omega t - (1-i)\alpha z) \vec{e}_y \\ &= -\partial \vec{B} / \partial t \\ &= -i\omega \vec{B} \end{aligned}$$

Donc:

$$\vec{B} = E_0 \frac{(1-i)\alpha}{\omega} \vec{e}^{-\alpha z} \exp i(\omega t - \alpha z) \vec{e}_y$$

2.

Sachant que:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \text{Re}(\vec{E}) = E_0 \vec{e}^{\alpha z} \cos(\omega t - \alpha z) \vec{e}_x \\ \vec{B} &= \text{Re}(\vec{B}) = E_0 \frac{\alpha}{\omega} \vec{e}^{\alpha z} [\cos(\omega t - \alpha z) + \sin(\omega t - \alpha z)] \vec{e}_y \end{aligned}$$

Donc:

$$\begin{aligned} \vec{\Pi} &= \vec{E} \wedge \vec{B} / \mu_0 \\ &= \left[E_0 \frac{\alpha}{\mu_0 \omega} \vec{e}^{-2\alpha z} [\cos(\omega t - \alpha z) + \frac{1}{2} \sin(2(\omega t - \alpha z))] \right] \vec{e}_z \end{aligned}$$

La moyenne temporelle de $\vec{\Pi}$:

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = E_0 \frac{\alpha}{2\mu_0 \omega} \vec{e}^{-2\alpha z} \vec{e}_z$$

Remarque:

On peut calculer $\langle \vec{\Pi} \rangle$ par l'expression complexe:

$$\begin{aligned} \langle \vec{\Pi} \rangle &= \frac{1}{2} \text{Re} \left[\vec{E} \wedge \vec{B}^* / \mu_0 \right] \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left[\vec{E}^* \wedge \vec{B} / \mu_0 \right] \end{aligned}$$

3.1.

◇ La puissance moyenne $\langle P_e(z) \rangle$:

$$\begin{aligned} \langle P_e(z) \rangle &= \int_{(S)} \langle \vec{\Pi}(z) \rangle \cdot \vec{e}_z dS \\ &= \langle \vec{\Pi}(z) \rangle S \\ &= E_0^2 \frac{\alpha S}{2\mu_0 \omega} \vec{e}^{-2\alpha z} \end{aligned}$$

◇ De même:

$$\langle P_e(z+d_3) \rangle = E_0^2 \frac{\alpha S}{2\mu_0 \omega} \vec{e}^{-2\alpha(z+d_3)}$$

3.2.

Sachant que la puissance volumique cédée aux charges est:

$$P_{\text{cédée}}^V = \vec{J} \cdot \vec{E} = \gamma \vec{E} \cdot \vec{E}$$

Donc:

$$\begin{aligned} \langle P_{\text{cédée}}^V \rangle &= \frac{1}{2} \text{Re}(\gamma \vec{E} \cdot \vec{E}^*) \\ &= \frac{1}{2} \gamma E_0^2 \exp -2\alpha z \end{aligned}$$

C/C:

La puissance moyenne cédée au charge

$$\langle P_f \rangle = \langle P_{\text{cédée}}^V \rangle = \frac{1}{2} \gamma E_0^2 S d_3 \vec{e}^{-2\alpha z}$$

3.3.

Le bilan de puissance s'écrit:

$$\begin{aligned} \langle P_e(z) \rangle &= \langle P_e(z+d_3) \rangle + \langle P_f \rangle \\ d\langle P_e \rangle / dz &= -\frac{1}{2} \gamma E_0^2 S \vec{e}^{-2\alpha z} \\ &= \frac{1}{2} \frac{-2\alpha E_0^2 S}{\mu_0 \omega} \vec{e}^{-2\alpha z} \end{aligned}$$

Donc: $\alpha^2 = \mu_0 \gamma \omega / 2$. D'après l'expression de \vec{E} : $\alpha = 1/S$.

D'où:

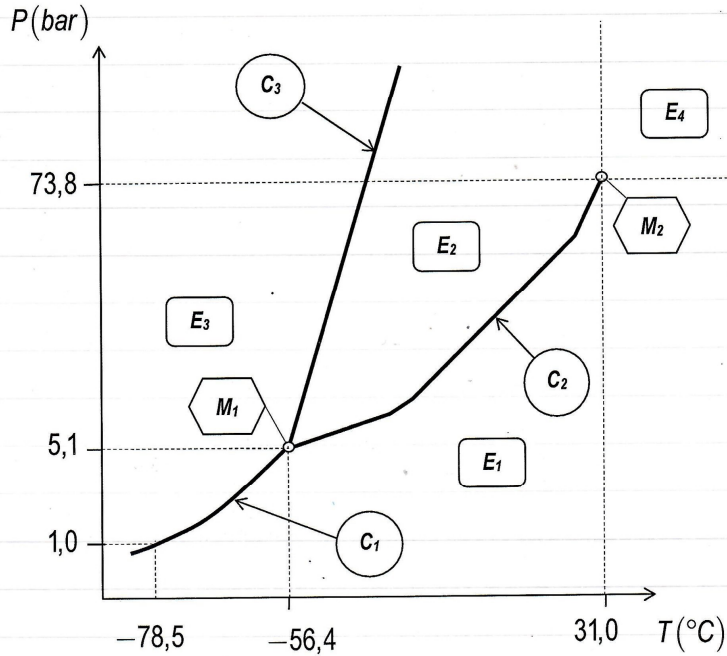
$$S = \sqrt{2 / \mu_0 \gamma \omega}$$

3.4.

◇ $S \downarrow$ si $\omega \uparrow$ et inversement. À HF on utilise des conducteurs creux.◇ $S \downarrow$ si $\gamma \uparrow$ et inversement.

1.1.

3



◇ Les points particuliers :

M_2	Le point triple : Les trois phases coexistent.
M_2	Le point critique : Les deux phases (g) et (l) deviennent identiques.

◇ Les courbes :

C_1	Courbe de l'équilibre : $\text{CO}_2(s) \rightleftharpoons \text{CO}_2(g)$.
C_2	Courbe de l'équilibre : $\text{CO}_2(l) \rightleftharpoons \text{CO}_2(g)$.
C_3	Courbe de l'équilibre : $\text{CO}_2(s) \rightleftharpoons \text{CO}_2(l)$.

◇ L'état physique de CO_2 dans les zones :

E_1	$\text{CO}_2(g)$	E_3	$\text{CO}_2(s)$
E_2	$\text{CO}_2(l)$	E_4	Fluide hypercritique.

Remarque: Dans E_4 , $\text{CO}_2(l)$ et $\text{CO}_2(g)$ sont indiscernables; il n'y a plus qu'un seul état.

1.2.

4

À $P_i = 1,0 \text{ bar}$, $\text{CO}_2(g)$ existe si : $-78,5^\circ\text{C} < T$.

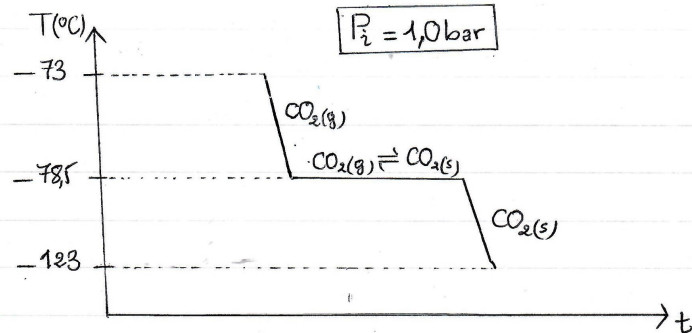
1.3.1.

À $P_i = 1,0 \text{ bar}$ et $T_i = -73^\circ\text{C}$: CO_2 est gazeux.

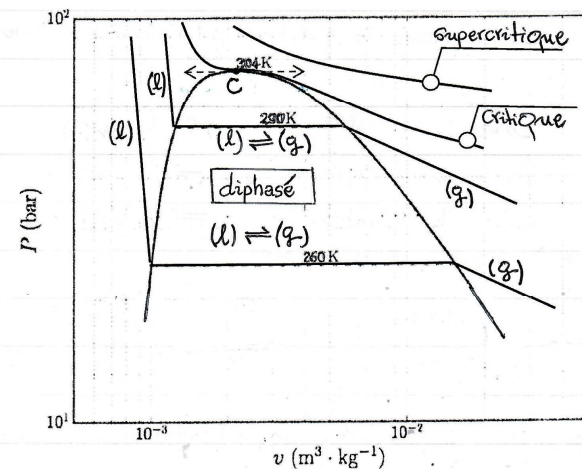
À $P_i = 1,0 \text{ bar}$ $\text{CO}_2(g)$ refroidie :

- ◇ apparition des premiers cristaux de $\text{CO}_2(s)$ à $-78,5^\circ\text{C}$.
- ◇ La température sera fixe à $-78,5^\circ\text{C}$ jusqu'à disparition de la dernière vapeur de CO_2 .
- ◇ La température diminue est CO_2 sera dans l'état solide.

1.3.2.



1.4.



2.1.

5

La pression de vapeur saturante à 260 K correspond à la pression de l'équilibre $\text{CO}_2(\text{l}) \rightleftharpoons \text{CO}_2(\text{g})$. Soit: $P = 25 \text{ bar}$.

2.2.

D'après la figure 2 à 260 K:

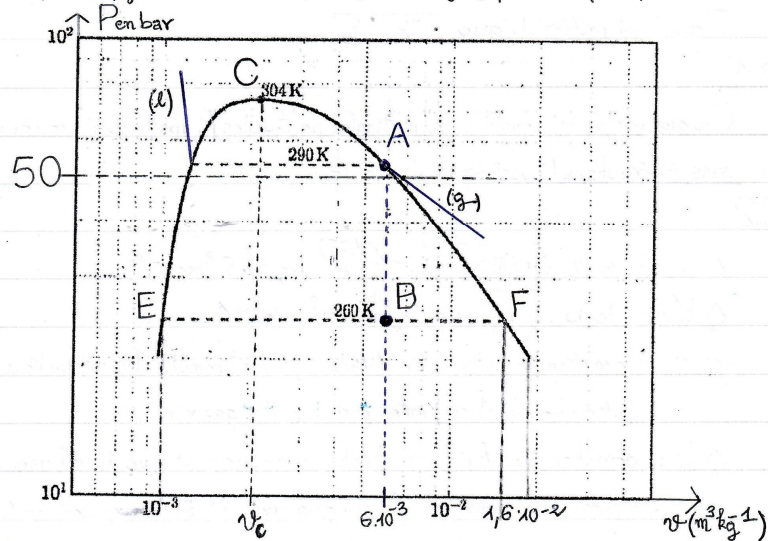
$$\boxed{v_l = 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}}$$

$$\boxed{v_v = 1,6 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}}$$

2.3.1.

Pour que la cuve n'explose pas il que: $P < P_{\text{max}}$.

D'après la figure 2 et à 290 K, CO_2 est un gaz pour $P < P_{\text{max}} = 50 \text{ bar}$.



Soit avec $P = mRT / V_0 M$,

$$\boxed{V_0 > mRT / P_{\text{max}} M}$$

2.3.2.

D'après la figure ci-dessous le titre massique initial en $\text{CO}_2(\text{g})$ limite est déterminé

à l'aide de la règle des moments: $x_{v,l} = \overline{EB} / \overline{EF} = 5 \cdot 10^{-3} / 10^{-2} = 0,5$.

2.3.3.

6

D'après la figure du 2.3.1. l'état de CO_2 après l'échauffement est l'état gaz.

2.4.

◇ Si $v < v_c$, Lors d'un échauffement accidentel, la phase formée est liquide.

◇ Si $v > v_c$, la phase formée est gazeuse.

C/O:

Comme la phase liquide est presque incompressible et avec $V = Cte$ alors un échauffement augmente considérablement la pression et ainsi conduire à une explosion.

Donc il est préférable que: $v > v_c$.

3.1.

Un gaz parfait est constitué de particules ponctuelles (hypothèse microscopique) sans interactions (hypothèse macroscopique).

3.2.

◇ L'unité de a: $\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}}{\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}} = \text{kg} \cdot \text{m}^5 \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{mol}^{-2}$

◇ L'unité de b: $\frac{\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}}{\text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}} = \text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$.

◇ a: correction de Van Der Waals en tenant compte des interactions (attraction et choc) entre particules du gaz réel.

◇ b: correction de Van Der Waals en remarquant que le volume d'un gaz réel va diminué (particule non ponctuelle) par rapport au G.P.

◇ R: C'est une constante universelle des gaz parfait.

3.3.

◇ a = 0: absence d'interaction. Même hypothèse macroscopique que le G.P.

◇ b: Volume d'une mole de particule. Avec d le diamètre d'une particule:

$$b = N_A V_{\text{particule}} = N_A \left(\frac{4}{3} \pi \left(\frac{d}{2} \right)^3 \right) \approx N_A d^3$$

34.

7

Sachant que la pression d'un gaz est le résultat des chocs des particules sur les parois de l'enceinte.

◇ $b = 0$: Particules ponctuelles.

◆ Pour le GP où les interactions entre les particules sont absentes, la pression sera donc élevée par rapport au GR.

◆ Pour le GR les interactions entre particules diminuent les chocs avec les parois et la pression diminue par rapport au GP.

3.5.

◇ $b = N_A \frac{4}{3} \pi r^3$ soit: $r = \left[\frac{3b}{4\pi N_A} \right]^{1/3}$.

◇ En remarquant que la pression présente un maximum avec v_m en (P_c, T_c) . Alors:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial v_m} \right)_{T_c} = 0$$

$$= - \frac{RT_c}{(v_{mc} - b)^2} + \frac{2a}{v_{mc}^3}$$

La tangente est nulle alors:

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial v_m^2} \right)_{T_c} = 0$$

$$= \frac{2RT_c}{(v_{mc} - b)^3} - \frac{6a}{v_{mc}^4}$$

Par identification: $b = v_{mc}/3 = v_g M/3 = 1,3 \cdot 10^{-3} \times 44 \times 10^{-3}/3$

$$b \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}$$

Donc: $r \approx 2 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

C/C: Selon VSEPR CO_2 est linéaire $\text{O}=\text{C}=\text{O}$. Avec

$d_{\text{C-O}} \approx 1,23 \cdot 10^{-10} \text{ m}$. Donc la valeur de r est compatible avec

les résultats expérimentaux. Le modèle de Van Der Waals est confirmé.

3.6.1.

Pour n moles:

$$U(T, V) = n U_m = U_0 + C_v T - a/V$$

Avec $U_0 = n U_m$.

3.6.2.

8

D'après Van Der Waals:

$$P_{GR} = P_{GP} - \frac{a}{v_m^2}$$

$$P_{GR} v_m = P_{GP} v_m - a/v_m$$

Donc d'après la première loi de Joule: $U_{GRm} = U_{om} + C_{vm} T$.

$$U_m = U_{GRm} + U_{m, \text{interaction}}$$

$$= U_{om} + C_{vm} T - a/v_m$$

3.6.3.

D'après la première loi de Joule, en assimilant CO_2 à un GP monoatomique:

$$U_{GRm} = U_{om} + \frac{3}{2} RT$$

Soit: $C_{vm} = \frac{3}{2} R$.

4.1.

En M_2 , les deux phases (v) et (l) deviennent identiques alors $lv(M_2) = 0$.

En C (M_2): $v_{(v)} = v_{(l)}$. Or: $lv(T)/T = (v_v - v_l) dP/dT$.

$$\left(\frac{dlv}{dT} \right)_C = \left(\frac{dv_v}{dT} - \frac{dv_l}{dT} \right) \frac{dP}{dT} + (v_v - v_l) \frac{d^2 P}{dT^2}$$

$$= \left(\frac{dv_v}{dT} - \frac{dv_l}{dT} \right)_C \left(\frac{dP}{dT} \right)_C \rightarrow -\infty$$

D'après la figure 2: au voisinage de C, $(d^2 v/dT)_C \rightarrow -\infty$ et $(d^2 l/dT)_C \rightarrow +\infty$.

Ce qui justifie la pente infinie en M_2 .

4.2.1.

D'après ce qui précède et avec:

$$\left(\frac{dlv}{d\theta} \right)_C = - \frac{l_0}{2} \frac{1}{\sqrt{\theta_0 - \theta}} \rightarrow -\infty \Rightarrow \boxed{l_0 > 0}$$

Lorsque $\theta = \theta_c = 31^\circ \text{C}$:

$$lv(\theta_c) = 0$$

$$= l_0 \sqrt{\theta_0 - \theta_c}$$

Soit: $\theta_0 = \theta_c = 31^\circ \text{C}$.

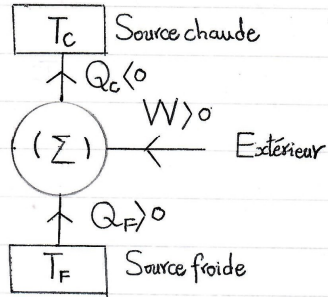
4.2.2.

D'après la figure 3. $lv(30^\circ \text{C}) = 40 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ alors: $l_0 = \frac{lv(30^\circ \text{C})}{\sqrt{31-30}} = \boxed{40 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{C}^{-1/2}}$.

5.1.

9

Une machine ditherme frigorigène est un système thermodynamique (Σ) (fluide) subissant des transformations cycliques en recevant du travail W et Q_F (de la source froide) en donnant Q_C à la source chaude.



◇ L'efficacité de la machine: $e = \text{énergie utile} / \text{énergie reçue}$.

◇ Pour le réfrigérateur:

$$e_r = Q_F / W$$

◇ Pour la pompe à chaleur:

$$e_{pc} = -Q_C / W$$

5.2.

D'après le bilan d'énergie d'après le premier principe de la thermodynamique:

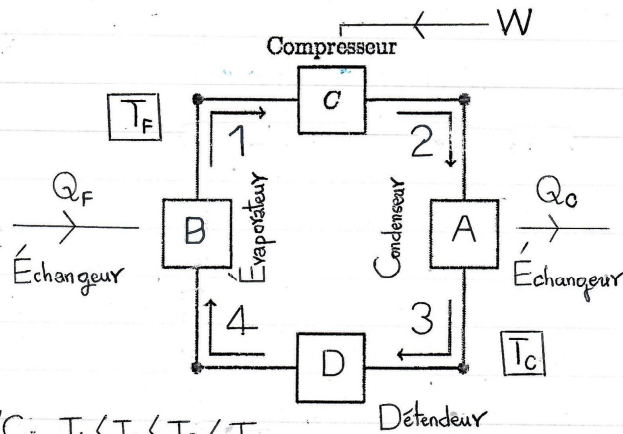
$$(\Delta h)_D = w_u^D + q^D$$

Or $q^D = 0$ (adiabatique) et $w_u^D = 0$ (seule la partie C où $w_u^C \neq 0$).

$$(\Delta h)_D = 0$$

C/C: La partie (D) est isenthalpique.

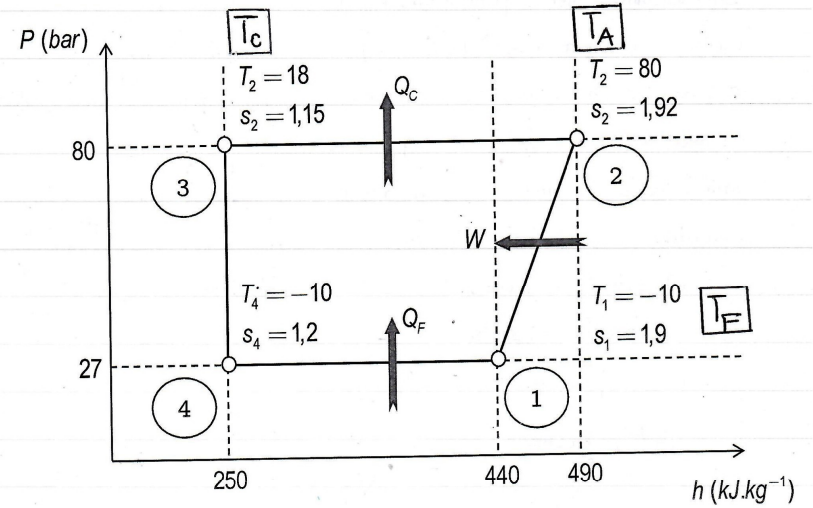
5.3.



C/C: $T_4 < T_1 < T_3 < T_2$.

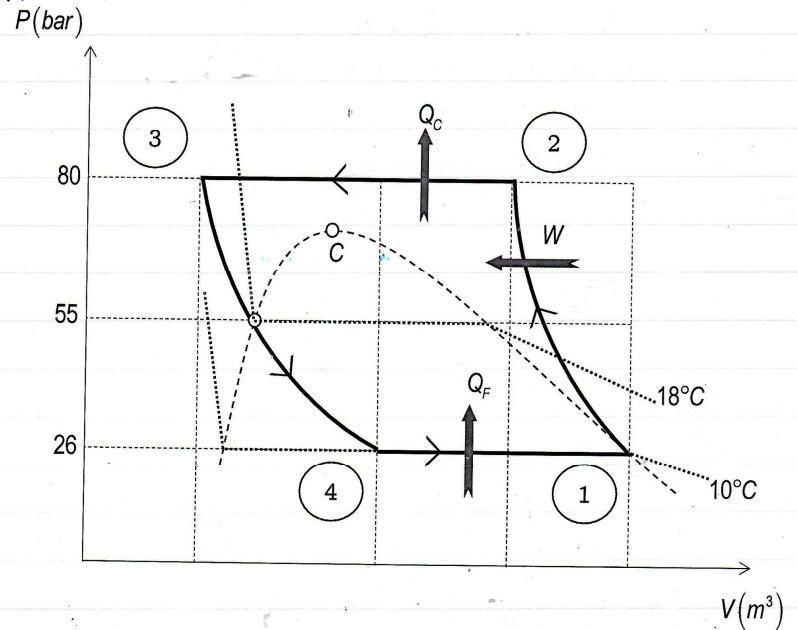
5.4, 5.5. et 5.6.

10



T_i (°C) et s_i ($\text{kJ.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$)

5.7.



5.8.

11

◇ Les transformations : (2) → (3) et (4) → (1) sont isobares, alors :

$$q = \Delta h$$

$$\diamond q_c = h_3 - h_2 = \boxed{-240 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}}$$

$$\diamond q_F = h_1 - h_4 = \boxed{190 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}}$$

5.9.

Sachant que pendant un cycle : $\Delta h = 0 = q_F + q_c + w_{\text{comp}}$.

$$w_{\text{comp}} = -q_c - q_F$$

AN:

$$w_{\text{comp}} = \boxed{50 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}}$$

5.10.

Puisque $w_{\text{comp}} > 0$ donc la machine fonctionne en pompe à chaleur.

5.11.

◇ L'efficacité du cycle :

$$e = -Q_c / W = -q_c / w_{\text{comp}} = \boxed{4,8}$$

◇ L'efficacité de Carnot :

$$e_{\text{rév}} = -Q_c / W = \overset{1.\text{Pr}}{Q_c / (Q_c + Q_F)} \overset{2.\text{Pr}}{=} T_c / (T_c - T_F) = \boxed{10,4}$$

L'efficacité d'un cycle réversible de Carnot est supérieur à celle du cycle réversible d'étude.

◇ Une pompe à chaleur est plus efficace si $(T_c - T_F)$ est faible.

5.12.

◇ après l'expression de l'efficacité :

$$\diamond \text{Pour un cycle où } (h_2 - h_3) \gg (h_1 - h_4) \Rightarrow w_{\text{comp}} \rightarrow 0$$

$$\Rightarrow e \rightarrow \infty$$

◇ C/C : Les cycles approximativement carré ont des fortes efficacité.

5.13.

12

Pendant un cycle :

$$\Delta S = 0$$

◇ après le deuxième principe de la thermodynamique :

$$\begin{aligned} \Delta S &= S_{\text{éch}} + S_{\text{créé}} \\ &= (Q_c / T_c + Q_F / T_F) + S_{\text{créé}} \end{aligned}$$

Donc :

$$S_{\text{créé}} = -Q_c / T_c - Q_F / T_F$$

AN:

$$\begin{aligned} S_{\text{créé}} &= -\frac{-240 \times 10^3}{(18 + 273)} - \frac{190 \times 10^3}{(-10 + 273)} \\ &= \boxed{102,3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1}} \end{aligned}$$

C/C:

La transformation est irréversible, ce qui explique la valeur de l'efficacité par rapport à celle de Carnot.